

Exo : Soit Γ une courbe plane reg. $\gamma(t) = (r(t), z(t))$. Sa surface de révolution est

$$S_\Gamma = \{(r(t) \cos(\theta), r(t) \sin(\theta), z(t))\}.$$

- (1) Trouver une expression pour son application de Gauss en termes de ce paramétrage.
- (2) Les lignes de courbure sont les parallèles et les méridiens. On pourra montrer que

$$dN(\alpha'(t)) = N'(t) = \lambda(t)\alpha'(t)$$

pour $\alpha(t)$ une ligne de courbure.

- (3) Calculer les courbures principales κ_1, κ_2 .
- (4) Montrer que

$$\kappa = -\frac{r''}{r}$$

où $r' = dr/ds$ et $r'' = d^2r/ds^2$.

Exo : Etudier la pseudosphère, surface de révolution :

$$r(t) = \frac{1}{\cosh(t)}, z(t) = t - \tanh(t), t \geq 0.$$

- (1) Calculer E, F, G
- (2) Son aire
- (3) Sa courbure gaussienne.

Exo : Soit S une surface dont tous les points sont umbilicaux c-à-d $\kappa_1 = \kappa_2$. Montrer que ou bien $S \subset \mathbb{R}^2$ ou bien $S \subset$ une sphère

Exo : Soit S une surface minimale. Montrer que l'application de Gauss est conforme.