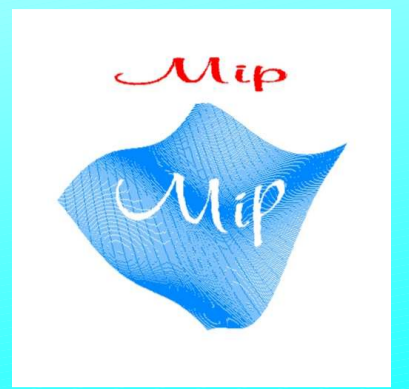


# Sparse Grids pour le couplage modèle-données en grande dimension



Mathieu CAUSSE, Mohamed MASMUDI  
Axe optimisation de forme et contrôle.



## Méthode des Sparse Grids

- Algorithme de construction de Smoliak (1963)

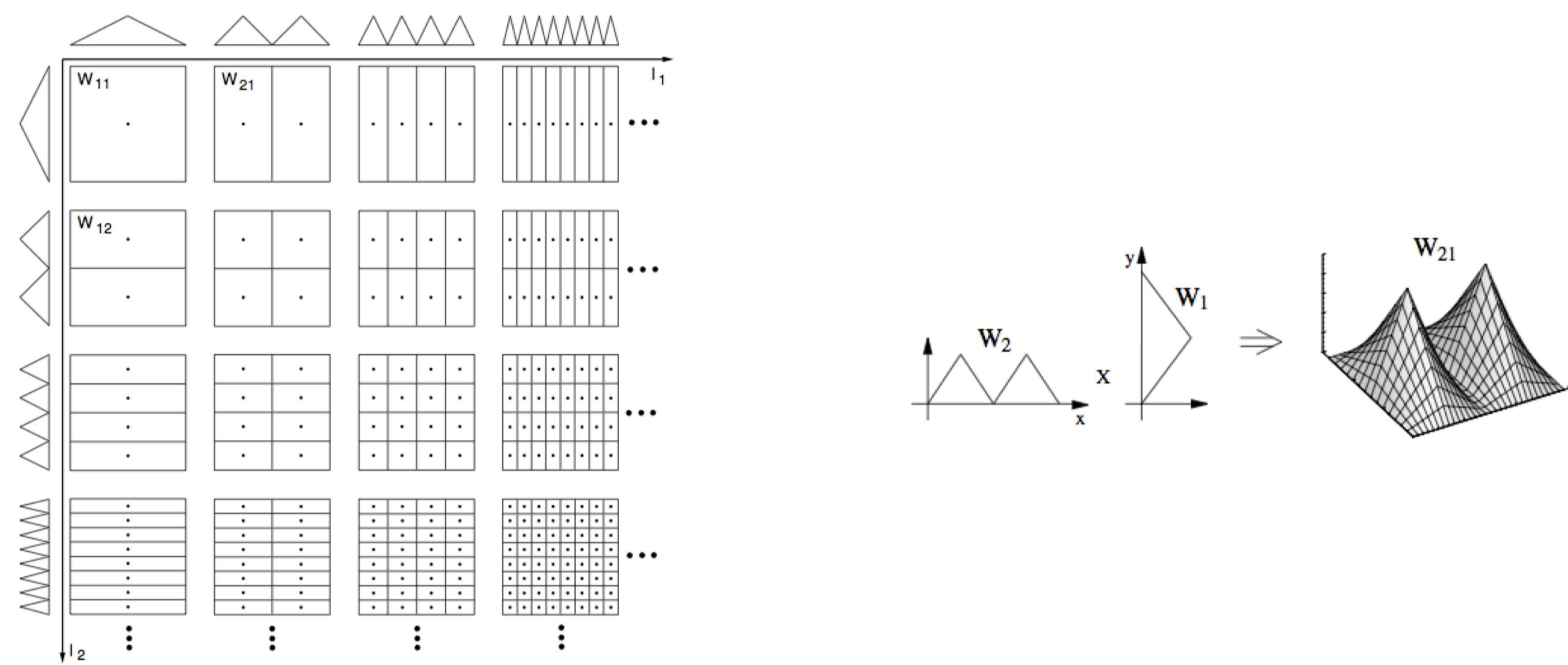


FIGURE 1 : Construction des fonctions de base Sparse Grids.

- Plans d'expérience (DOE) :

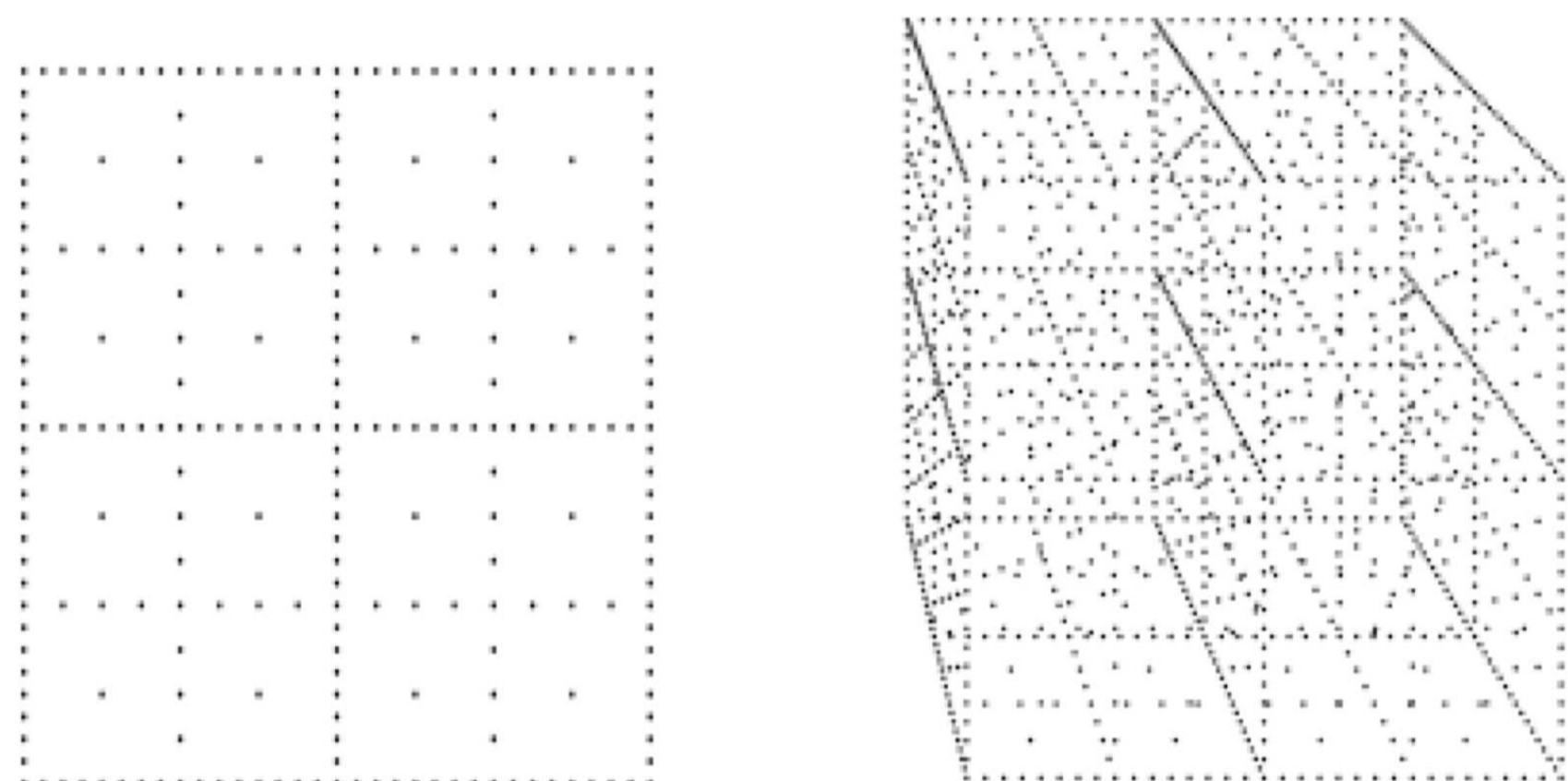


FIGURE 2 : Plans d'expérience 2D / 3D de niveau 5.

→ On privilégie l'alignement des points de grille contrairement aux méthodes usuelles (hypercubes latins, ...).

- Réduction des coûts de calcul / 'Curse of Dimensionality' :

| Resolution $N$ | Number of grid points          | Error $\ G - g\ _2$                 |
|----------------|--------------------------------|-------------------------------------|
| Full grid      | $N^n$                          | $\mathcal{O}(N^{-2})$               |
| Sparse Grid    | $\mathcal{O}(N \log(N)^{n-1})$ | $\mathcal{O}(N^{-2} \log(N)^{n-1})$ |

| Resolution $N = 5$ | Method      | Dimension  |                       |                           |
|--------------------|-------------|------------|-----------------------|---------------------------|
|                    |             | $n = 2$    | $n = 10$              | $n = 100$                 |
| Grid points number | Full grid   | $5^2 = 25$ | $5^{10} \approx 10^7$ | $5^{100} \approx 10^{70}$ |
|                    | Sparse Grid | 13         | 221                   | 20201                     |

TABLE 1 : Précision / coût de la méthode Sparse Grids.

- Etude en dimension élevée possible contrairement au Kriging ou SVM.
- Adaptivité dimensionnelle pour la détection des paramètres principaux :

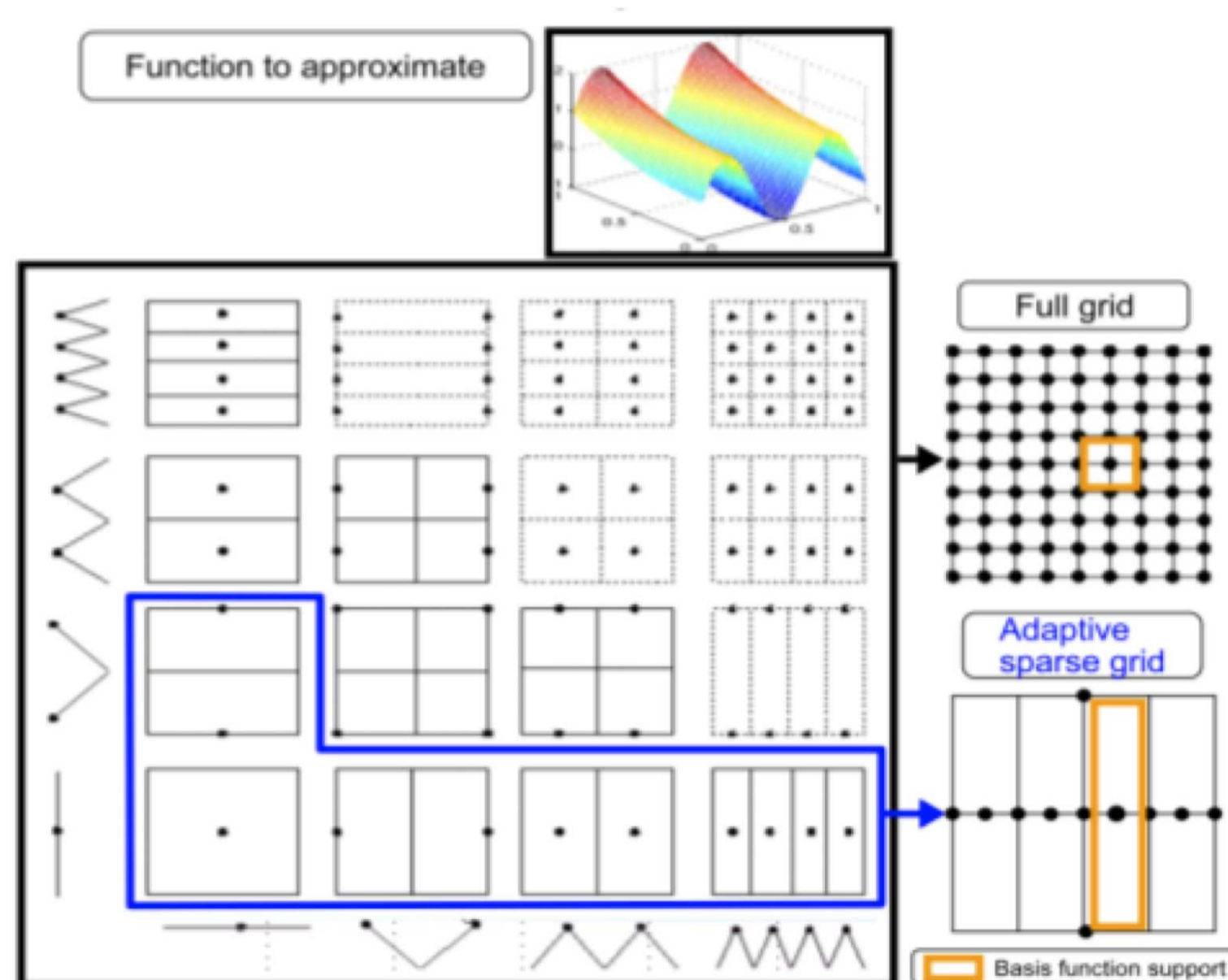


FIGURE 3 : Adaptivité dimensionnelle.

→ Dans les problèmes réels il y a peu de paramètres importants.

- Adaptivité locale (Travail en cours SPG++) :

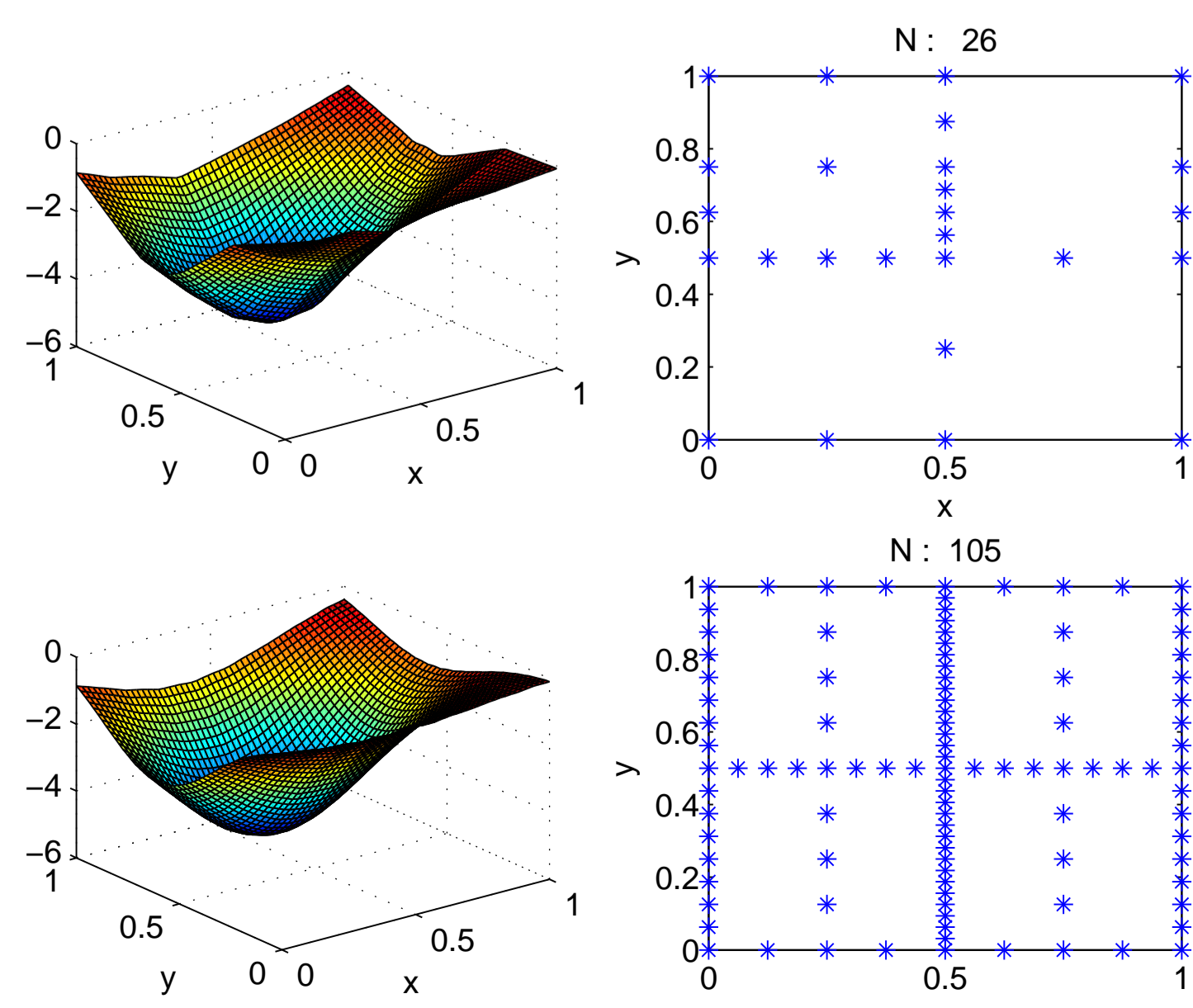


FIGURE 4 : Adaptivité locale.

- Problèmes de régression par régularisation de Tikhonov (application au data mining, compression de données, ...) :

$$\min_{f \in V} R(f) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (f(x_i) - y_i)^2 + \lambda \|\nabla f\|_2^2$$

## Collaboration DGA / IMT : Logiciel CEGAP Transport de polluant en milieu urbain Calcul de Fiabilité et Analyse de Sensibilité

- Problème de diffusion de polluant à 30 paramètres incertains :

| Paramètre  | Unité | Caractéristique           | Min | Max | Probabilité (level) |
|------------|-------|---------------------------|-----|-----|---------------------|
| $\mu_1$    | km/h  | Velocity (level 1)        | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_2$    | km/h  | Wind direction (level 1)  | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_3$    | km/h  | Wind speed (level 1)      | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_4$    | km/h  | Wind direction (level 2)  | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_5$    | km/h  | Wind speed (level 2)      | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_6$    | km/h  | Wind direction (level 3)  | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_7$    | km/h  | Wind speed (level 3)      | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_8$    | km/h  | Wind direction (level 4)  | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_9$    | km/h  | Wind speed (level 4)      | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_{10}$ | km/h  | Wind direction (level 5)  | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_{11}$ | km/h  | Wind speed (level 5)      | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_{12}$ | km/h  | Wind direction (level 6)  | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_{13}$ | km/h  | Wind speed (level 6)      | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_{14}$ | km/h  | Wind direction (level 7)  | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_{15}$ | km/h  | Wind speed (level 7)      | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_{16}$ | km/h  | Wind direction (level 8)  | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_{17}$ | km/h  | Wind speed (level 8)      | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_{18}$ | km/h  | Wind direction (level 9)  | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_{19}$ | km/h  | Wind speed (level 9)      | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_{20}$ | km/h  | Wind direction (level 10) | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_{21}$ | km/h  | Wind speed (level 10)     | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_{22}$ | km/h  | Wind direction (level 11) | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_{23}$ | km/h  | Wind speed (level 11)     | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_{24}$ | km/h  | Wind direction (level 12) | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_{25}$ | km/h  | Wind speed (level 12)     | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_{26}$ | km/h  | Wind direction (level 13) | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_{27}$ | km/h  | Wind speed (level 13)     | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_{28}$ | km/h  | Wind direction (level 14) | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_{29}$ | km/h  | Wind speed (level 14)     | 0   | 100 | 0                   |
| $\mu_{30}$ | km/h  | Wind direction (level 15) | 0   | 360 | 0                   |
| $\mu_{31}$ | km/h  | Wind speed (level 15)     | 0   | 100 | 0                   |

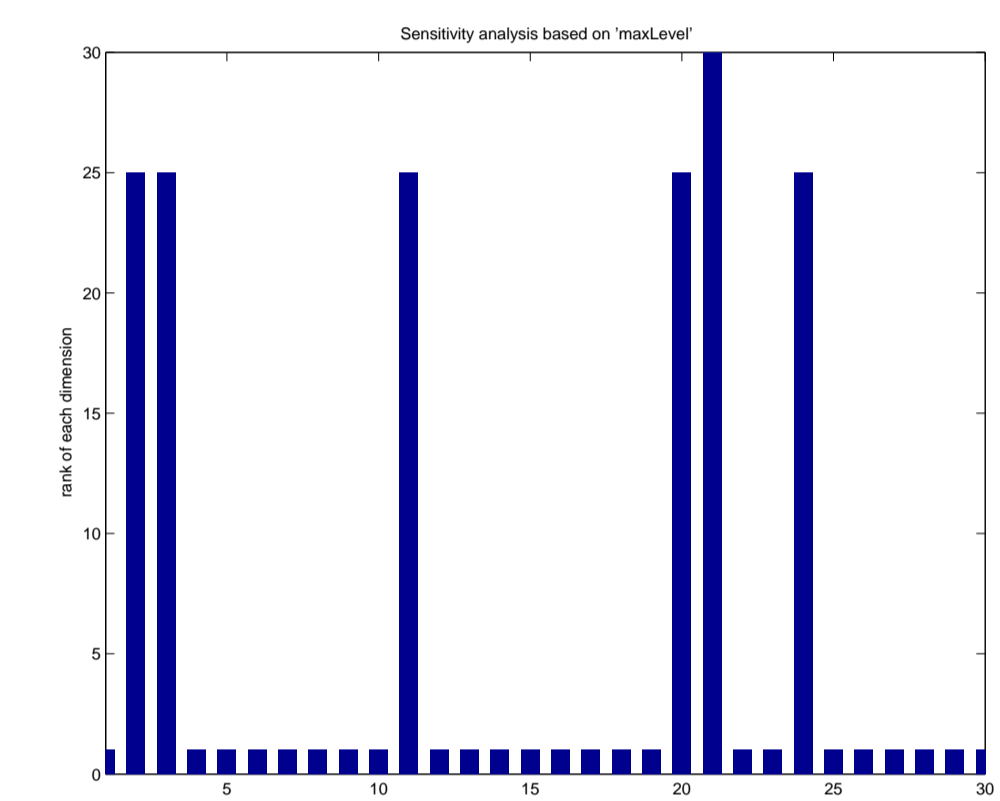


FIGURE 5 : Scénario de l'accident et niveaux SG ( $N = 310$ ).

- Principaux résultats :

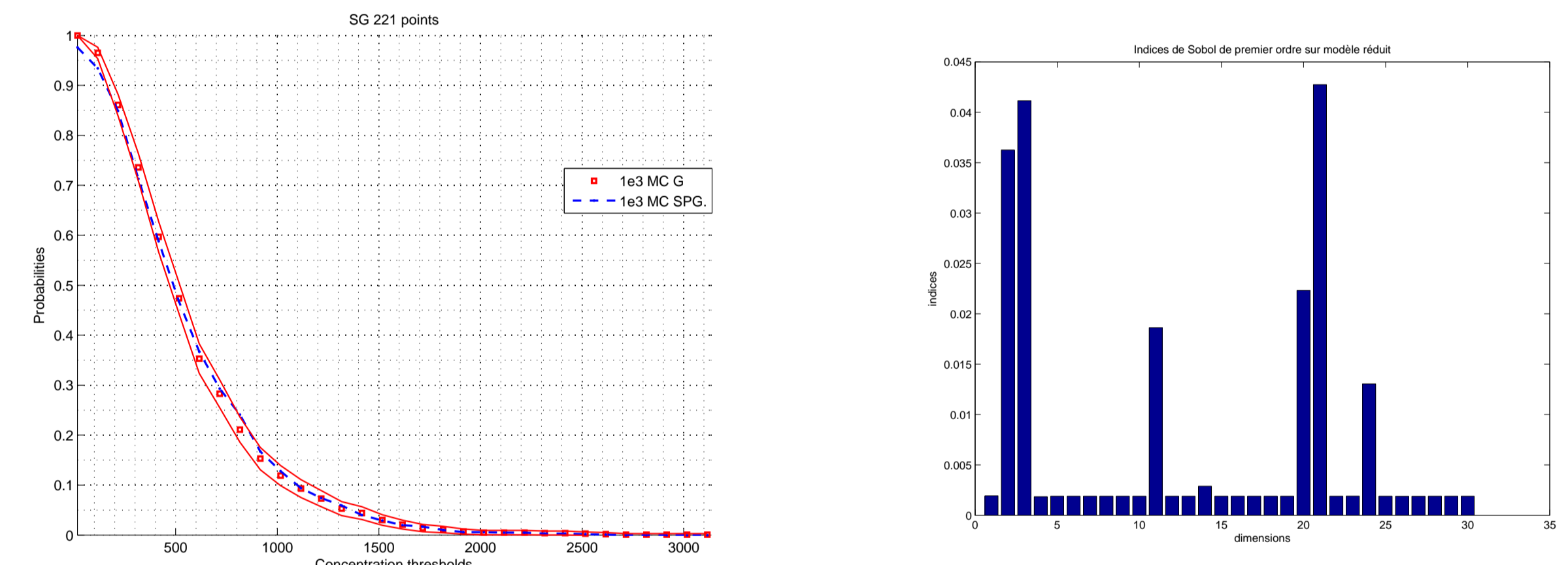


FIGURE 6 : Calcul de fiabilité et paramètres principaux.

## Collaborations et travaux en cours

- AREVA : calcul de performance de transport d'électricité dans un réseau de puissance, analyse de sensibilité et calcul de fiabilité en cas de panne d'équipement du réseau (monitorat-conseil).
- ACCLIMAT : Adaptation au Changement CLimatique de l'Agglomération Toulousaine. Identification des paramètres socio-économiques qui déterminent l'expansion de la ville et étude de son impact environnemental (consommation d'énergie, émissions, ...) en tenant compte du changement climatique.
- OSYCAF : STAE Toulouse (Sciences et Technologies pour l'Aéronautique et l'Espace). Optimisation d'un système couplé fluide-structure représentant une aile flexible. Optimisation multidisciplinaire réunissant 4 acteurs scientifiques majeurs toulousains (Cerfacs, Onera, ISAE et UPS).

Développement au sein de l'institut de la première library C++ (SPG++) permettant de traiter en grande dimension les problèmes suivant :

- Approximation
- Calcul de Fiabilité
- Minimisation
- Calcul du Front de Pareto

## Remerciements

Les auteurs remercient C. Le Gallic (CEG) et M. Vaullerain (CEG) pour leur accueil et l'intérêt porté à notre travail.

