

A rédiger pour la semaine du 12/10.

**Exercice 1.** *Etudier la continuité et donner le graphe de la fonction définie pour  $x \in \mathbb{R}$  par :*

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^x - n^{-x}}{n^x + n^{-x}}.$$

*Est-elle uniformément continue sur  $\mathbb{R}$  ? sur  $\mathbb{R}_+$  ?  $\mathbb{R}_+^*$  ?*

**Exercice 2.** *Etudier la continuité la continuité uniforme sur l'intervalle  $]0, 1]$  des fonctions suivantes :*

$$f(x) = e^{1/x}, \quad f(x) = \cos(x) \cos(\pi/x).$$

**Exercice 3.** *Soient  $f, g \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  ; si  $f$  est bornée montrer que  $f \circ g$  et  $g \circ f$  sont bornées.*

**Exercice 4.** *Montrer que  $f(x) = x + x^2 + 2x^3$  est une bijection de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ . Déterminer un réel  $\alpha > 0$  tel que  $|f^{-1}(y)| \leq \alpha|y|$ ,  $\forall y \in \mathbb{R}$ .*