

A rédiger pour la semaine du 12/10.

Exercice 1. *Etudier la continuité et donner le graphe de la fonction définie pour $x \in \mathbb{R}$ par :*

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^x - n^{-x}}{n^x + n^{-x}}.$$

Est-elle uniformément continue sur \mathbb{R} ? sur \mathbb{R}_+ ? \mathbb{R}_+^ ?*

Exercice 2. *Etudier la continuité la continuité uniforme sur l'intervalle $]0, 1]$ des fonctions suivantes :*

$$f(x) = e^{1/x}, \quad f(x) = \cos(x) \cos(\pi/x).$$

Exercice 3. *Soient $f, g \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R}, \mathbb{R})$; si f est bornée montrer que $f \circ g$ et $g \circ f$ sont bornées.*

Exercice 4. *Montrer que $f(x) = x + x^2 + 2x^3$ est une bijection de \mathbb{R} dans \mathbb{R} . Déterminer un réel $\alpha > 0$ tel que $|f^{-1}(y)| \leq \alpha|y|$, $\forall y \in \mathbb{R}$.*