UNIVERSITE PAUL SABATIER **2008/2009**

☯ ☢ ☯ L1 - PCP - LISTE DES QUESTIONS DE COURS POUR LE CC1. ☯ ☢ ☯

Voici la liste des questions de cours pour le controle continu du lundi 9 Février. Dans tout ce qui suit E et F désignent deux $\mathbb{R}$ (ou $\mathbb{C}$) espaces-vectoriels de dimension finie ou non suivant la question.

(1) Définition d'un espace vectoriel.

(2) Si $G \subset E$, que doit-on vérifier pour s'assurer que G est un sous-espace vectoriel de E ?

(3) Montrer que deux sous espaces vectoriels F et G sont en somme directe dans E si et seulement si $dimF + dimG = dimE$ et $F \cap G = \{O_E\}$.

(4) Soient u, v dans E. Définition de $\mathrm{vect}\{u, v\}$ et montrer que c'est un sous-espace vectoriel de E.

(5) Définition d'une famille libre, liée, d'une base.

(6) Définition d'une famille libre ; montrer que toute sous-famille d'une famille libre est libre.

(7) Définition du noyau $\ker(f)$ d'une application linéaire $f \in \mathscr{L}(E, F)$. Montrer que c'est un sous-espace vectoriel de E.

(8) Définition du noyau $\ker(f)$ d'une application linéaire $f \in \mathscr{L}(E, F)$. Montrer que f est injective si et seulement si $\ker(f) = \{O_E\}$.

(9) Définition de l'image $\mathrm{Im}(f)$ d'une application linéaire $f \in \mathscr{L}(E, F)$. Montrer que c'est un sous-espace vectoriel de F.

(10) Définition de l'image $\mathrm{Im}(f)$ d'une application linéaire $f \in \mathscr{L}(E, F)$. Montrer que f est surjective si et seulement si $\dim \mathrm{Im}(f) = \dim F$.

(11) Enoncez le théorème du rang ; existe-t'il $f \in \mathscr{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$ qui soit surjective ?.

(12) Soit $f \in \mathscr{L}(E, F)$, préciser les définitions « f est surjective » et « f est injective » ; montrer que f est injective si et seulement si $\ker(f) = \{0_E\}$.