

TD 0. Rappels de Topologie

Exercice 1. Représenter graphiquement les parties suivantes de \mathbb{R}^2 et dire pour chacune d'elle si c'est un ouvert, un fermé, ou ni l'un ni l'autre. Déterminer leurs adhérences et intérieurs.

$$A_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, |x| \neq 1 \text{ et } |y| \neq 1\}$$

$$A_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, |x| = 1 \text{ et } |y| \neq 1\}$$

$$A_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, |x| \neq 1 \text{ ou } |y| \neq 1\}$$

$$A_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, xy = 1\}$$

$$A_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 3x + 4y = 2\}$$

$$A_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 = 1\}$$

$$A_7 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 1 - xy > 0\}$$

$$A_8 = \bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} \{1/n\} \times [0, 1]$$

$$A_9 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < |x - 1| < 1\}$$

$$A_{10} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x \leq 1\}$$

$$A_{11} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < 1, |y| \leq 1\}$$

$$A_{12} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in \mathbb{Q}, y \in \mathbb{Q}\}$$

$$A_{13} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \notin \mathbb{Q}, y \notin \mathbb{Q}\}$$

$$A_{14} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4\}$$

$$A_{15} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 2, y > 0, xy < 1\}$$

$$A_{16} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2\} \setminus \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 1)^2 + y^2 < 1\}$$