

Test n°1 du lundi 3 novembre 2008*Durée : une heure — Sans document ni calculatrice*

Toutes les questions sont indépendantes. Les variables a, a', b, b', c, d désignent toutes des entiers non nuls. Enjoy!

1. a. Calculer $\text{pgcd}(238, 51)$.
b. Existe-t-il des entiers u, v tels que $238u + 51v = 19$; si oui en trouver.
c. Existe-t-il des entiers u, v tels que $238u + 51v = 34$; si oui en trouver.
2. a. Décomposer en premiers l'entier 2576.
b. Faire de même avec $211 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 + 1$ (pour vous aider $\sqrt{211} \sim 14,526$).
3. A-t-on :

$$\text{pgcd}(ab, ac) = a \text{pgcd}(b, c) ?$$

Si oui le montrer, si non fournir un contre-exemple.

4. Montrer que si $a \mid a'$ et si $b \mid b'$ alors $\text{pgcd}(a, b) \mid \text{pgcd}(a', b')$.
5. Montrer que si a est premier avec b, c et d alors il l'est avec le produit bcd .
6. Montrer que si $\text{pgcd}(b, c) = 1$ alors $\text{pgcd}(a, bc) = \text{pgcd}(a, b) \text{pgcd}(a, c)$.