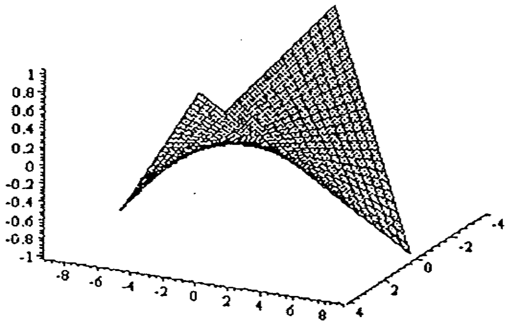
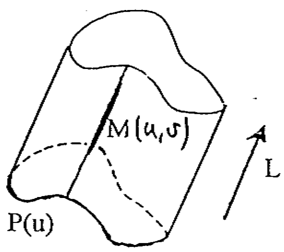
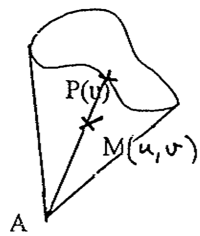


Paraboloïde hyperbolique
$z = \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2}$
(a(u+v)/2, b(u-v)/2, uv)

SURFACES REGLEES : $M(u,v)=P(u)+v^*\overrightarrow{L(u)}$



CYLINDRES
M(u,v)=P(u)+vL



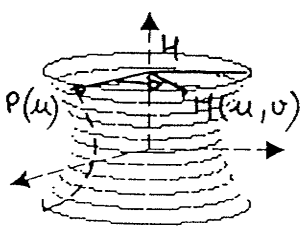
CONES
M(u,v)=v*P(u)+(1-v)A

DEVELOPPABLE

Même plan tangent en tout point d'une droite génératrice

M(u,v)=P(u)+vL(u)
avec
det(P',L,L')=0 ∀u

SURFACES de REVOLUTION (Axe Oz)



$$P(u) = \begin{pmatrix} x(u) \\ 0 \\ z(u) \end{pmatrix} \qquad M(u,v) = \begin{pmatrix} x(u)\cos v \\ x(u)\sin v \\ z(u) \end{pmatrix}$$

$(\overrightarrow{HP}, \overrightarrow{HM}) = v$

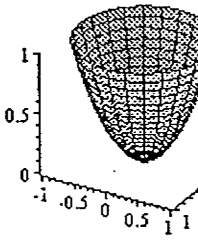
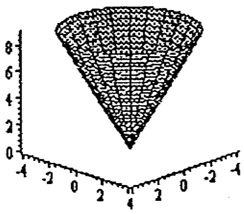
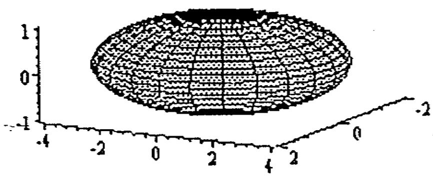
SURFACES de R^3

CARTESIENNE : $[S]=\{M(x,y,z) \in R^3 ; S(x,y,z)=0\}$

Vecteur normal en M à [S] : gradient de S en M : $\delta S_{(M)} = (S'_x, S'_y, S'_z)$
Plan tangent en M à [S] = $\{P(X,Y,Z) : S'_x(X-x)+ S'_y(Y-y)+ S'_z(Z-z)=0\}$
Rmq Pour la surface $z=f(x,y)$; $S(x,y,z)=f(x,y)-z$; $\delta S_{(M)}=(f'_x,f'_y,-1)$

PARAMETREE : $[S]=\{M(u,v) =(x(u,v),y(u,v),z(u,v)) \in R^3 ; (u,v) \in \Delta \subset R^2\}$

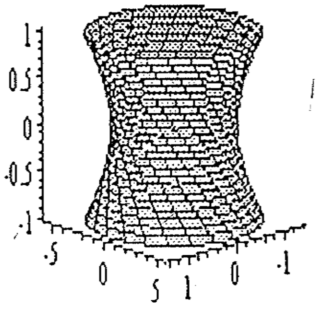
Vecteur normal en M à [S] : $M'_u \wedge M'_v$
Plan tangent en M à [S] = $\{P(X,Y,Z) : (\overrightarrow{M'_u} \wedge \overrightarrow{M'_v})\overrightarrow{MP} = \det(\overrightarrow{M'_u}, \overrightarrow{M'_v}, \overrightarrow{MP}) = 0 \}$

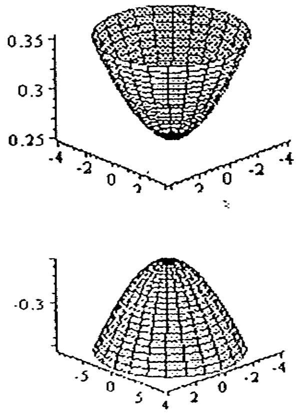
Paraboloïde de Révolution	Cône de Révolution	Ellipsoïde
$z = \frac{h}{R^2}(x^2+y^2)$	$z = \frac{h}{R}\sqrt{x^2+y^2}$	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$
$(\rho \cos t, \rho \sin t, h\rho^2/R^2)$	$(\rho \cos t, \rho \sin t, h\rho/R)$	$(a \cos\theta \cos\varphi, b \sin\theta \cos\varphi, c \sin\varphi)$

Ci dessus des équations cartésiennes et paramétriques de surfaces classiques (quadriques); ces dessins sont obtenus grace au logiciel MAPPLE. (la commande ci dessous fournit l'ellipsoïde)

```
a:=2:b:=4:c:=1: plot3d([a*cos(t)*cos(p),b*sin(t)*cos(p),c*sin(p)], t=0..2*Pi,p=-Pi/2..Pi/2, orientation=[30,60],
style=PATCH,axes=FRAME,font=[TIMES,ROMAN,8]);
```



Hyperboloïde (1 nappe)
$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$
$(a(\cos t+v\sin t), b(\sin t-v\cos t), cv)$



Hyperboloïde (2 nappes)
$-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$