IUT Midi-Pyrénées TOULOUSE — Génie Mécanique et Productique, Techniques Aerospatiales — UNIVERSITÉ TOULOUSE III

Examen S2 2012
Mathématiques.

Ni les documents ni les calculettes ne sont autorisés.

Exercice. 1 (3pts) On considère l'équation suivante

$$y^{'} - 2xy = xe^{x^2} \ (E1).$$

(1) Résoudre l'équation différentielle sans second membre associée à $(E1)$.

(2) En appliquant une méthode de la variation de la constante, trouver une solution particulière de cette équation. En déduire la solution générale de $(E1)$.

Exercice. 2 (3pts) On considère l'équation différentielle du 2nd ordre suivante

$$y^{''} + 2y^{'} = x - 2$$

(1) Donner toutes les solutions de l'équation $(E2)$.

(2) Déterminer la solution de $(E2)$ qui vérifie $y(0) = 0$ et $y^{'}(0) = 1$.

Exercice. 3 (3pts) On souhaite calculer la valeur de

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(1+\cos x)\sin x} dx.$$

(1) Déterminer la décompostion en élément simple de la fraction $\frac{1}{t(t+1)}$.

(2) En déduire après avoir fait le changement de variable $t = \cos(x)$, la valeur de I.

Exercice. 4 (4pts) Soit f la fonction de deux variables définie par

$$f(x,y) = \ln\left(x^2 - y\right) + \sqrt{x}\sqrt{y}.$$

(1) Déterminer le domaine de définition de f. Représenter ce domaine.

(2) Calculer les dérivées partielles premières de f, c'est-à-dire, $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$.

Exercice. 5 (3pts) On considère l'intégrale suivante

$$J = \iint_D xy \mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

sur le domaine défini par $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \middle| \, x^2 - y \geq 0, \ y \geq 0, \ 0 \leq x \leq 1\right\}$.

(1) Représenter le domaine D et calculer son aire $A = \iint_D 1 \mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

(2) Calculer l'intégrale J.

Exercice. 6 (4pts) Soit le domaine de l'espace suivant

$$D = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \middle| \, x+y+z \leq 2, \, z \geq 0, \ 0 \leq x \leq 1, \ 0 \leq y \leq 1\right\}.$$

(1) Représenter le domaine D.

(2) Calculer l'intégrale suivante

$$\iiint_D y \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z.$$