C. R. Acad. Sci. Paris, t. 329, Série I, p. 567-570, 1999
Analyse complexe/*Complex Analysis*

Sur le diamètre transfini en plusieurs variables

Thomas BLOOM [a], Jean-Paul CALVI [b]

[a] Department of Mathematics, University of Toronto, M5S 3G3, Toronto, Ontario, Canada
Courriel : bloom@math.toronto.edu

[b] Laboratoire de mathématiques Émile-Picard, UFR MIG, Université Paul-Sabatier, 31062 Toulouse cedex, France
Courriel : calvi@picard.ups-tlse.fr

(Reçu le 29 juin 1999, accepté le 2 juillet 1999)

Résumé. On démontre des résultats concernant le diamètre transfini des compact dans $\mathbb{C}^n$. Ces résultats mettent en lumière la relation étroite entre le diamètre transfini et des objects fondamentaux de la théorie du pluripotentiel. © 1999 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

On the multivariate transfinite diameter

Abstract. *We prove a number of results concerning the transfinite diameter of compact sets in $\mathbb{C}^n$. These results give explicit relations between the transfinite diameter and basic quantities of pluripotential theory.* © 1999 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

1. Introduction et préliminaires

Un théorème important de l'analyse classique – où se rejoignent la théorie géométrique des fonctions, la théorie du potentiel et celle de l'approximation – établit qu'étant donné un compact E du plan, trois constantes fondamentales attachées à ce compact coïncident : la capacité logarithmique, la constante de Chebyshev et le diamètre transfini. Ces trois notions admettent chacune, indépendamment les unes des autres, des généralisations naturelles dans $\mathbb{C}^n$. Le théorème cité ne demeure pas, mais on connaît déjà des relations étroites entre elles. La plus mystérieuse de ces généralisations reste celle du *diamètre transfini* (nous rappelons la définition ci-dessous). Cette Note a pour but d'annoncer quelques résultats nouveaux qui, nous semble-t-il, permettront de mieux comprendre ses rapports avec les objets fondamentaux du pluripotentiel complexe : fonctions de Green–Siciak, capacités logarithmiques, fonctions de Robin,... Les détails des démonstrations et d'autres résultats paraîtront dans [4]. Cette référence contient les définitions utiles. Faute de pouvoir toutes les rappeler, nous renverrons ici à des travaux déjà publiés.

Soit donc E un compact de $\mathbb{C}^n$. Le d-ième diamètre de E est défini par :

$$\mathrm{D}_d(E) := \sqrt[\ell_d]{\sup_{z_\beta \in E} \left|\det(z_\beta^\alpha)\right|},$$

Note présentée par Jean-Pierre DEMAILLY.