

# Comment expliquer le mouvement des planètes ?

Xavier Buff

Institut de Mathématiques de Toulouse

# Remerciements

- Pour préparer cet exposé, je me suis inspiré de conférences d'Etienne Ghys.
- La plupart des animations que je vais présenter ont été réalisées par Arnaud Chéritat.

# Un ciel étoilé



Une image du ciel le 9 octobre 2020 à 21h00



# Un ciel étoilé



Une image du ciel le 8 octobre 2020 à 21h00



# Un ciel étoilé



Une image du ciel le 7 octobre 2020 à 21h00



# Un ciel étoilé



Une image du ciel le 6 octobre 2020 à 21h00



# Un ciel étoilé



Une image du ciel le 5 octobre 2020 à 21h00



# Un ciel étoilé



Une image du ciel le 4 octobre 2020 à 21h00



# Un ciel étoilé



Une image du ciel le 3 octobre 2020 à 21h00



# Un ciel étoilé



Une image du ciel le 2 octobre 2020 à 21h00



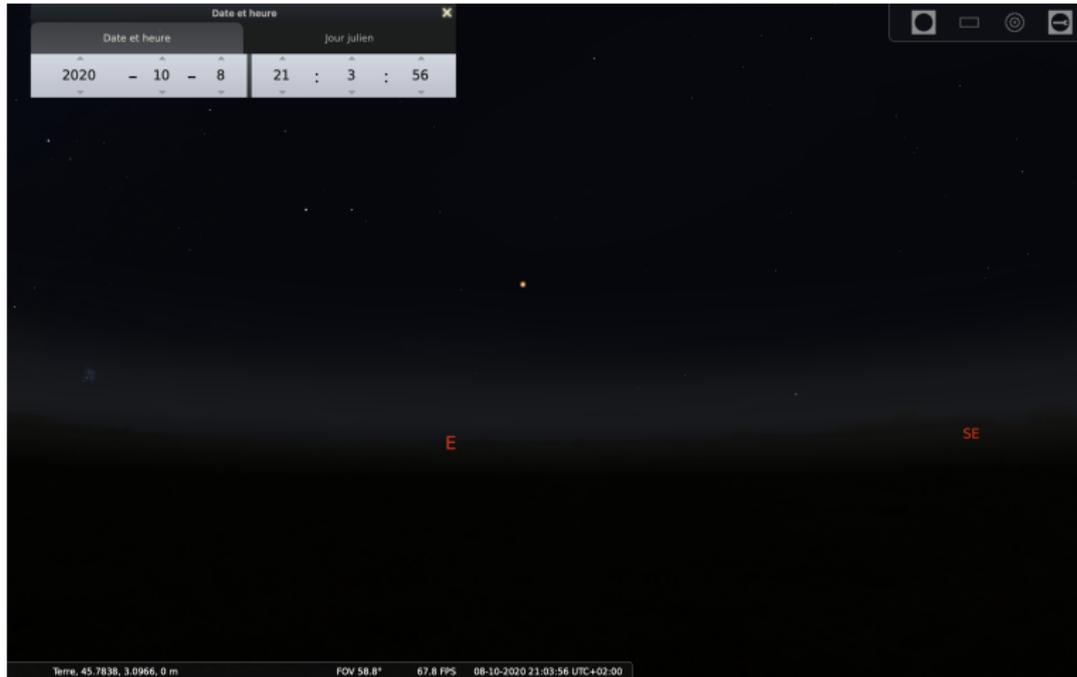
# Qu'est ce qu'un jour ?

- Un jour solaire ?
- Un jour sidéral ?

# Décalage d'un jour sidéral



# Décalage d'un jour sidéral



# Décalage d'un jour sidéral



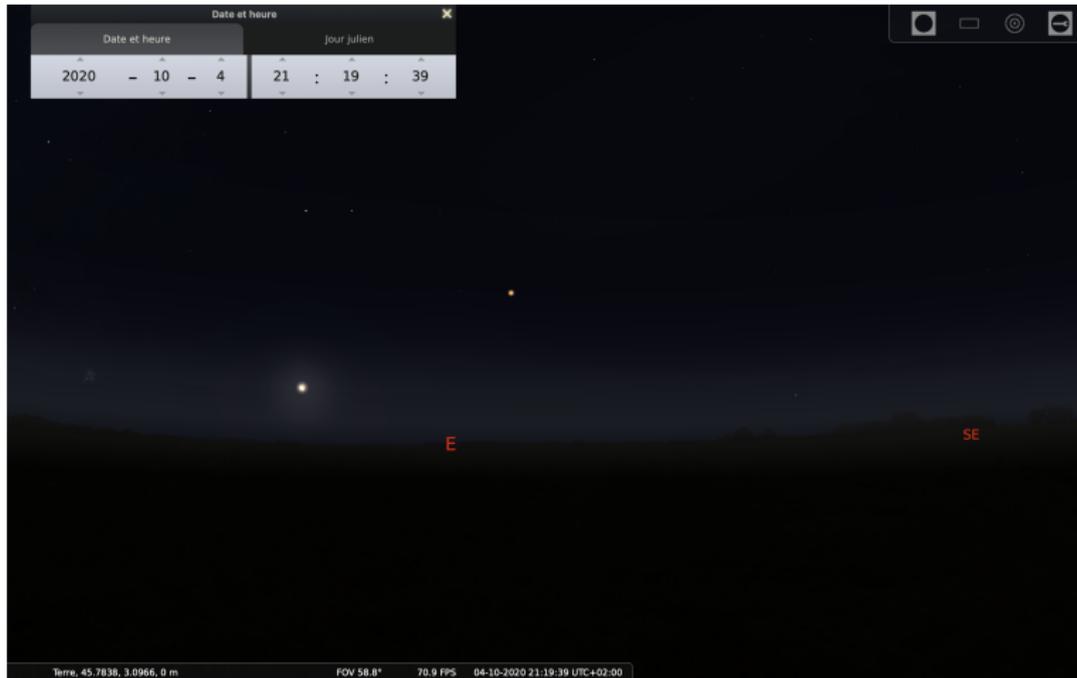
# Décalage d'un jour sidéral



# Décalage d'un jour sidéral



# Décalage d'un jour sidéral



# Décalage d'un jour sidéral



# Décalage d'un jour sidéral



# Trajectoire de la planète Mars



Entre le 9 juin 2020 et le 9 octobre 2020



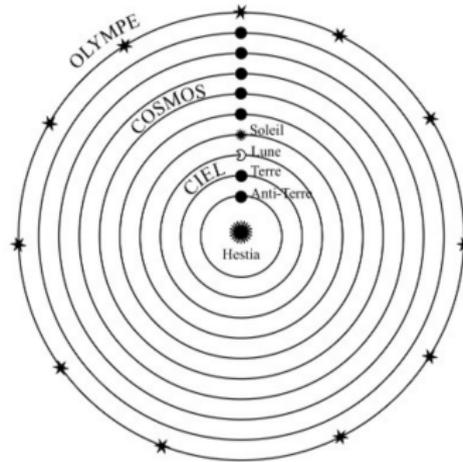
# Trajectoire de la planète Mars



Entre le 9 juin 2020 et le 9 janvier 2021

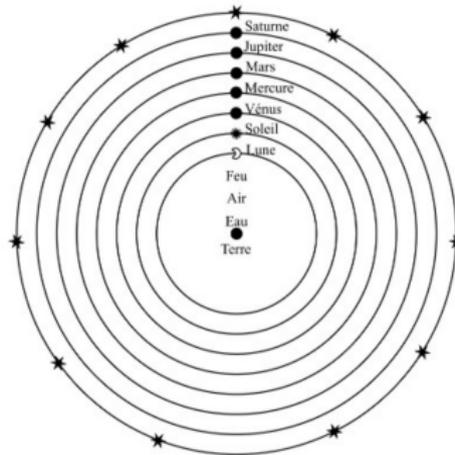


# Le modèle de Philolaos



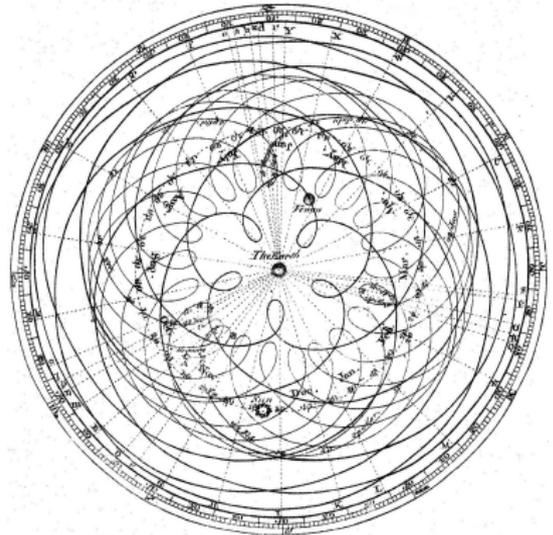
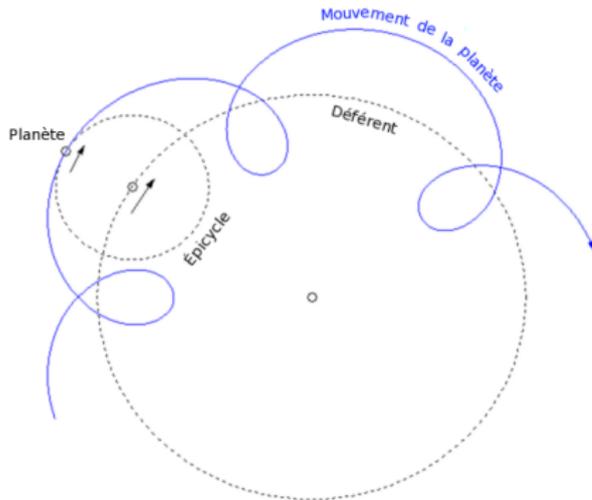
Source - © 2017 Vincent Deparis

# Le modèle d'Aristote



Source - © 2017 Vincent Deparis

# Le modèle de Ptolémée



# Trajectoire de la planète Mars

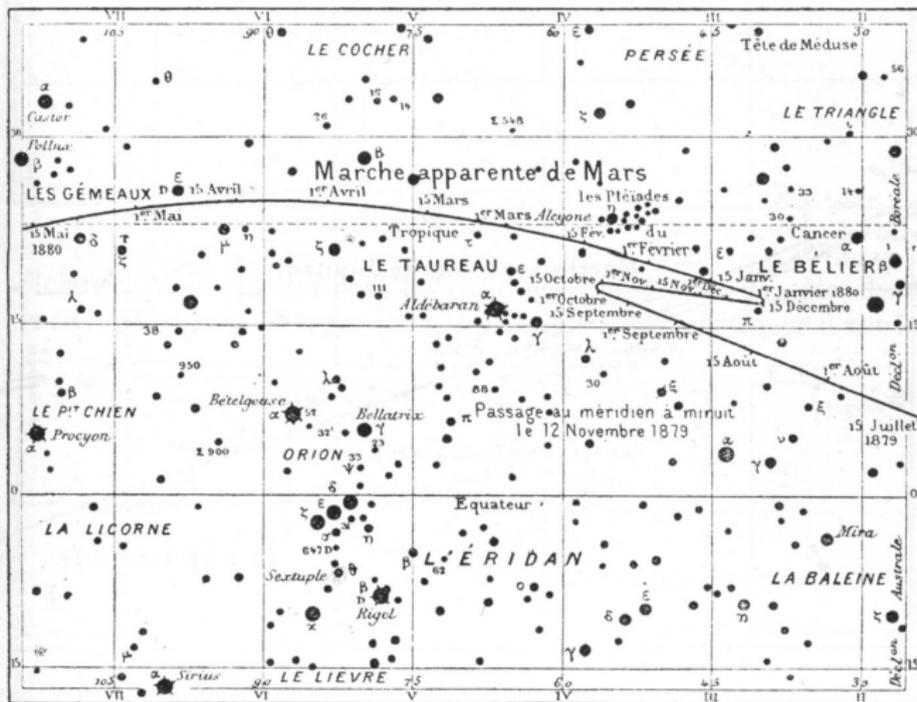
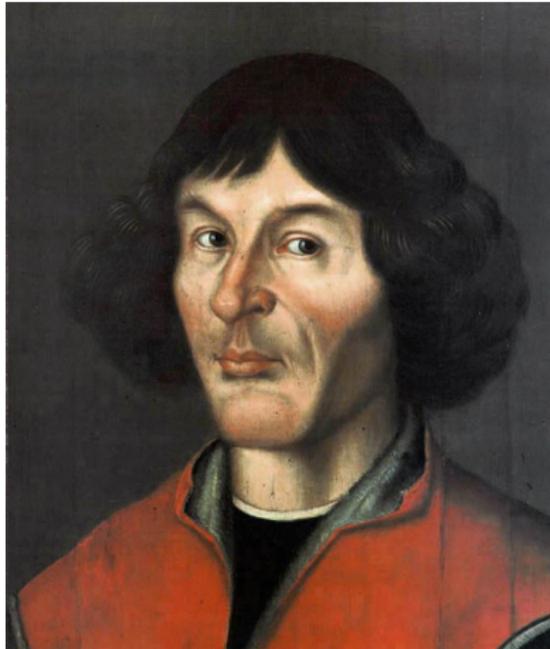
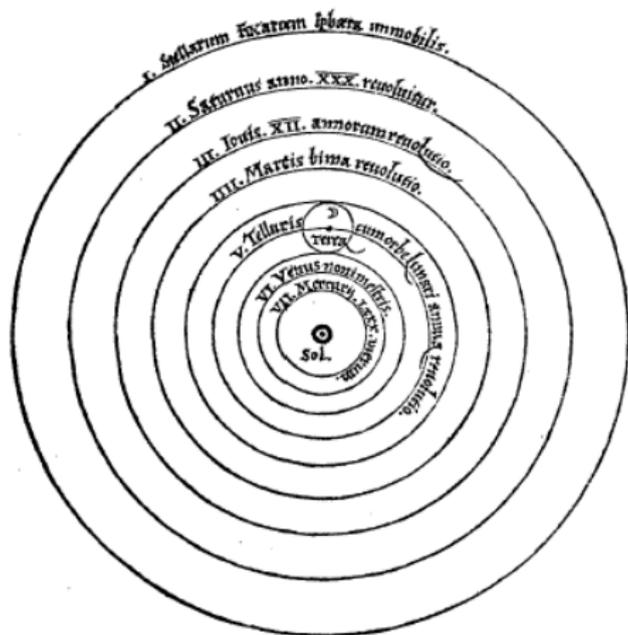


Fig. 177. — Mouvement de la planète Mars sur la voûte céleste, du 15 juillet 1879 au 15 mai 1880.

# Nicolas Copernic (1473-1543)

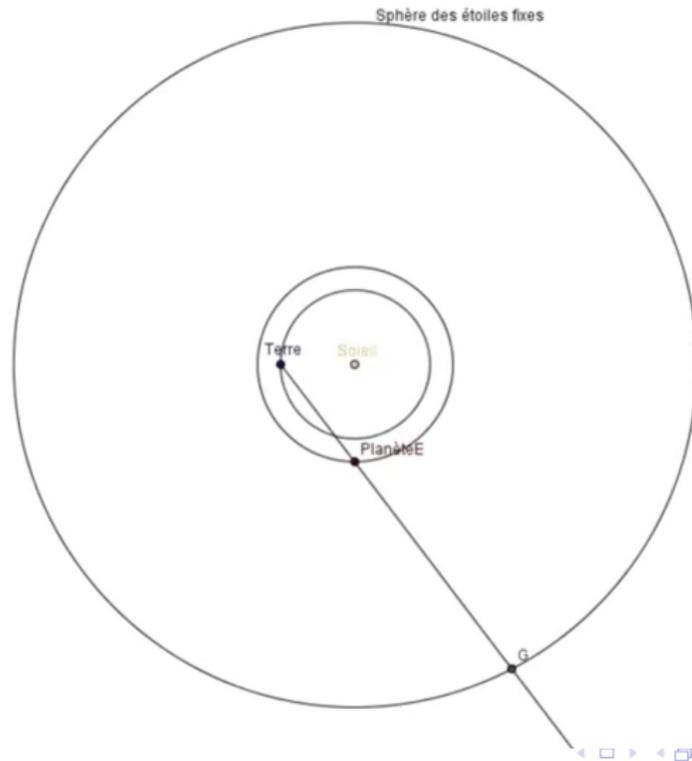


# Héliocentrisme



Extrait de *De revolutionibus* de Nicolas Copernic (1543)

# Héliocentrisme et mouvement rétrograde

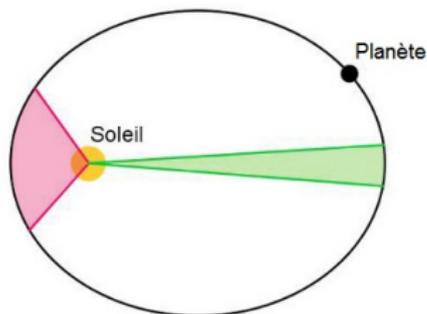


# Johannes Kepler (1571-1630)



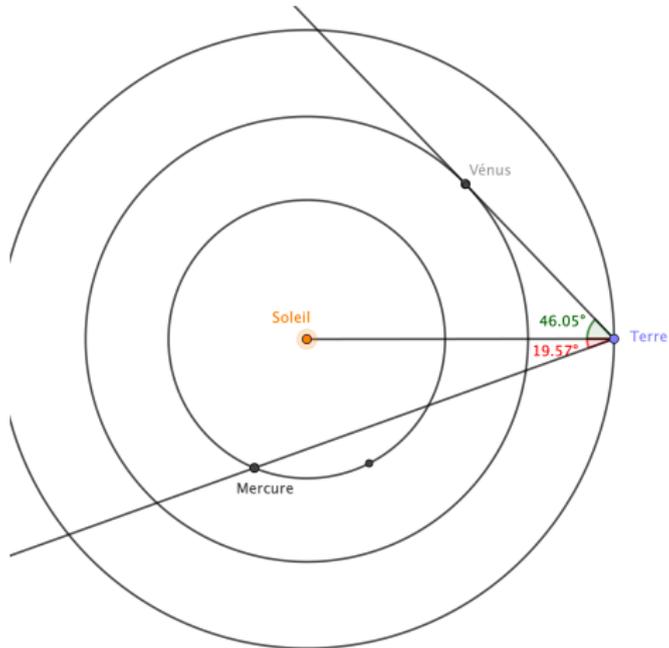
# Les lois de Kepler

- 1 Loi des orbites : les planètes tournent autour du Soleil en décrivant des ellipses dont cet astre occupe un des foyers.
- 2 Loi des aires : Les aires des surfaces décrites par les rayons vecteurs sont proportionnelles aux temps employés à les balayer.

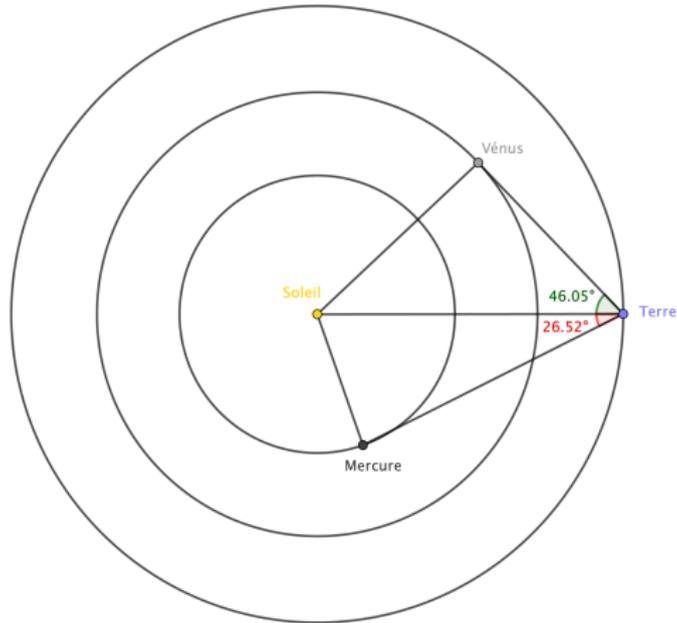


- 3 Loi des périodes : Les carrés des temps des révolutions des planètes autour du Soleil sont entre eux comme les cubes des grands axes de leurs orbites.

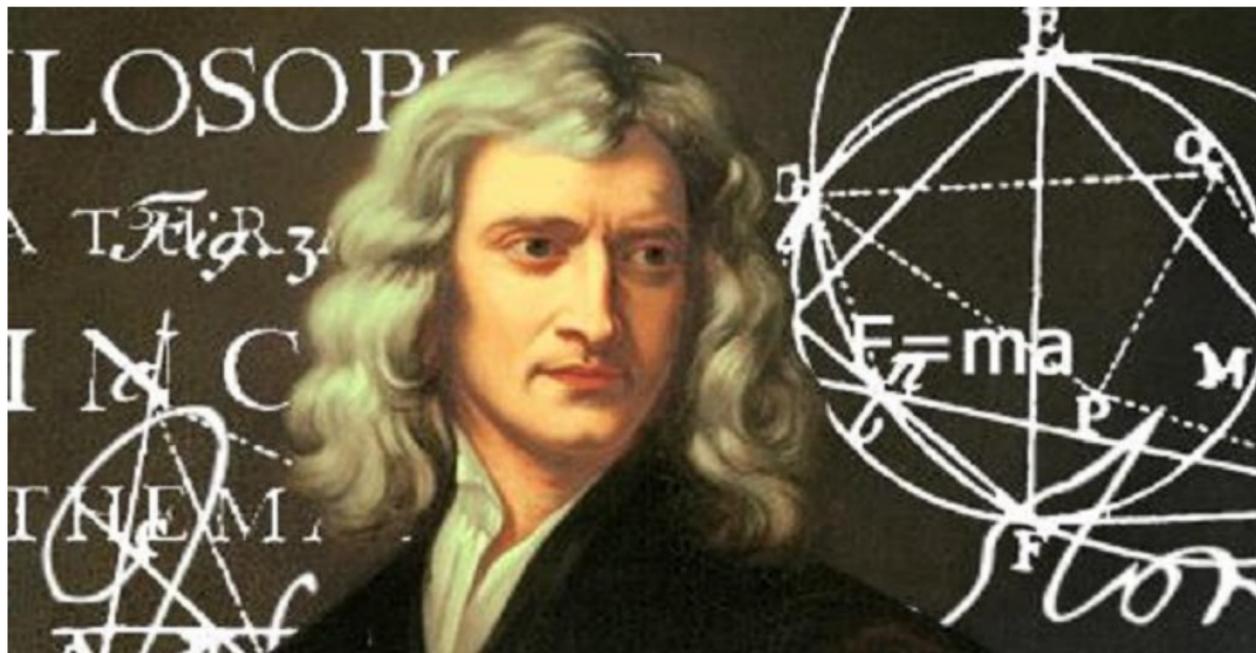
# Comment déterminer $D_2/D_1$ ?



# Comment déterminer $D_2/D_1$ ?



## Sir Isaac Newton (1642 - 1727)



Si j'ai vu plus loin, c'est en montant sur les épaules de géants.

# La relation fondamentale de la dynamique

- vitesse :  $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$  ;
- accélération :  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  ;
- les forces :  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ .

# Newton et la loi des aires

[ 37 ]

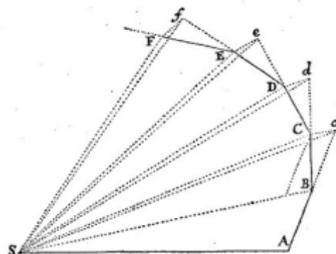
## S E C T. II.

### De Inventione Virium Centripetarum.

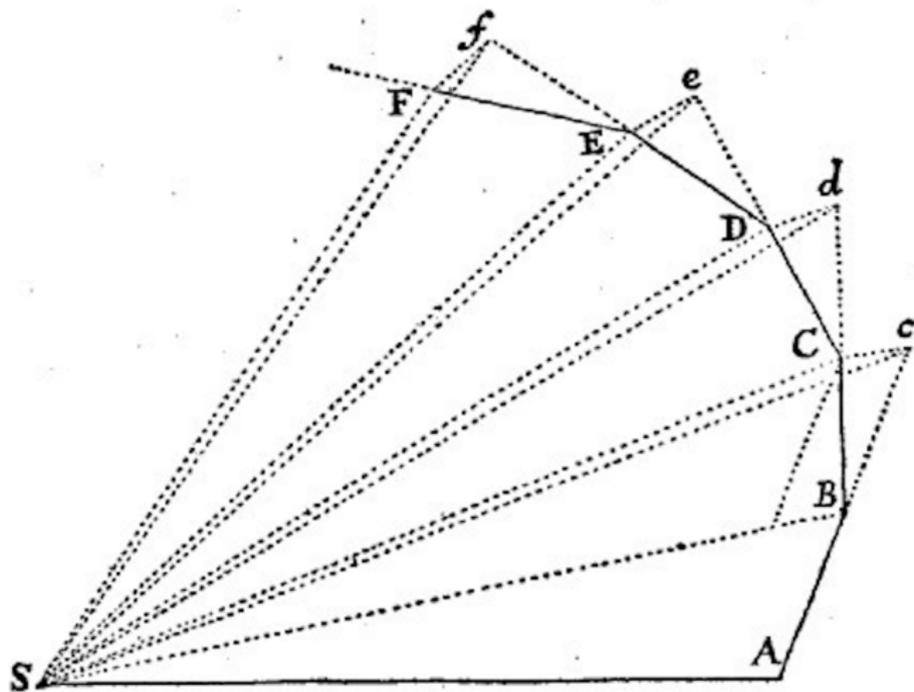
#### Prop. I. Theorema. I.

*Areas quas corpora in gyros acta radiis ad immobile centrum virium ductis describunt, & in planis immobilibus consistere, & esse temporibus proportionales.*

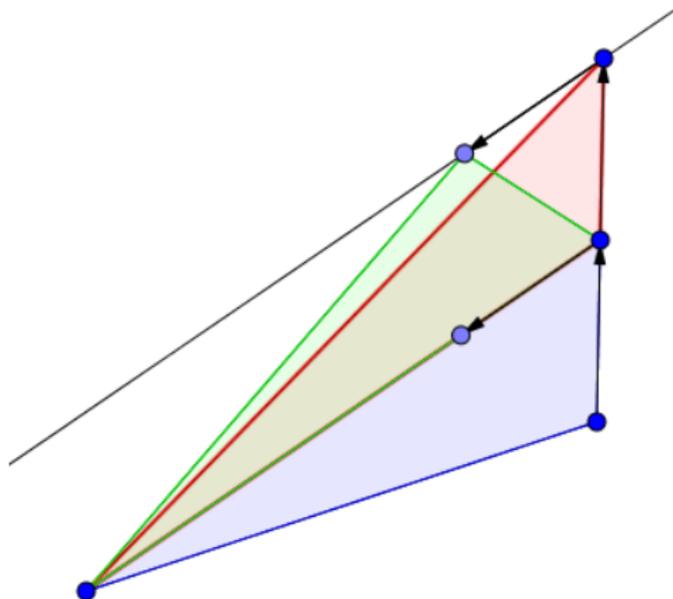
Dividatur tempus in partes æquales, & prima temporis parte describat corpus vi insita rectam  $AB$ . Idem secunda temporis parte, si nil impediret, recta pergeret ad  $c$ , (per Leg. 1) describens lineam  $Bc$  æqualem ipsi  $AB$ , adeo ut radii  $AS$ ,  $BS$ ,  $cS$  ad centrum actis, confectæ forent æquales arcæ  $A S B$ ,  $B S c$ . Verum ubi corpus venit ad  $B$ , agat vis centripeta impulsu unico sed magno, faciatq; corpus a recta  $Bc$  deflectere & pergere in recta  $BC$ . Ipsi  $BS$  parallela agatur  $cC$  occurrens  $BC$  in  $C$ , & completa secunda temporis parte, corpus (per Legum Corol. 1) reperietur in  $C$ , in eodem plano cum triangulo  $ASB$ . Junge  $SC$ , & triangulum  $SB C$ , ob parallelas  $SB$ ,  $Cc$ , æquale erit triangulo  $SBc$ , atq; adeo etiam triangulo  $SAB$ . Simili argumento fit



# Newton et la loi des aires



# Newton et la loi des aires



# La loi du carré inverse

- La force de gravitation exercée par un corps est inversement proportionnelle au carré de la distance à ce corps.
- Robert Hooke (1635-1703) semble avoir postulé cette loi avant Newton.
- Quelle est donc la contribution de Newton ?

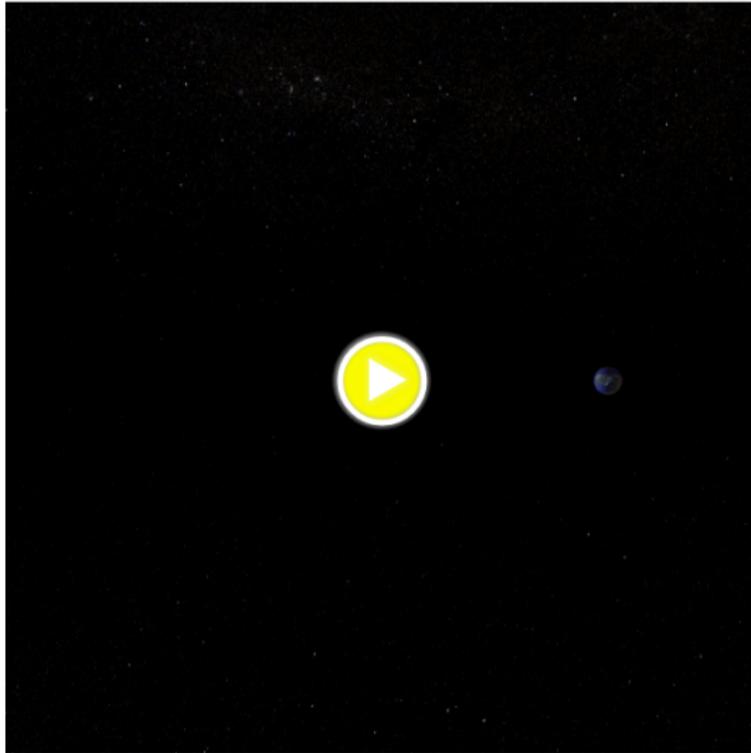
# La loi du carré inverse

- La force de gravitation exercée par un corps est inversement proportionnelle au carré de la distance à ce corps.
- Robert Hooke (1635-1703) semble avoir postulé cette loi avant Newton.
- Quelle est donc la contribution de Newton ?

## Proposition

Pour que la trajectoire soit une ellipse, la loi du carré inverse doit être respectée.

# Avec une loi des cubes inverses



# Prédire les trajectoires



# La trajectoire est ...



# une parabole.



# Le déterminisme

- Pierre-Simon de Laplace, Essai philosophique sur les probabilités, 1814 : « Nous devons envisager l'état de l'Univers comme l'effet de son état antérieur et la cause de ce qui va suivre. Une intelligence qui pour un instant donné connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule le mouvement des plus grands corps de l'Univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, l'avenir comme le passé serait présent à ses yeux. »

# Henri Poincaré (1854-1912)

- Le système solaire est-il stable?



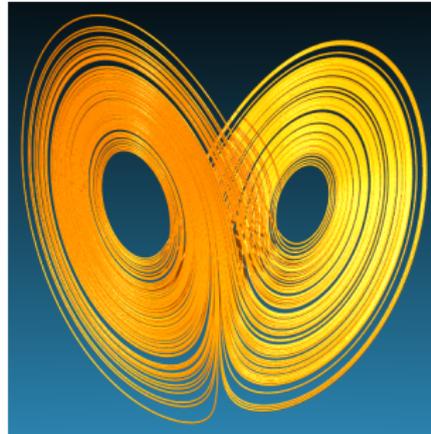
- En 1890, Henri Poincaré étudie le problème des 3 corps.
- C'est la naissance de la théorie du chaos.

# Le problème des 3 corps



- Est-il possible de déterminer la trajectoire de 3 corps qui s'attirent mutuellement ?
- Poincaré a montré que les trajectoires sont très sensibles aux petites perturbations.

# Edward Lorenz

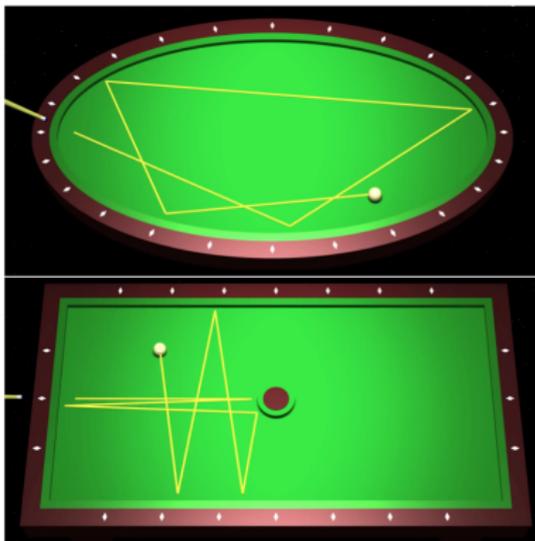


En 1972, Edward Lorenz, météorologue, physicien, mathématicien, informaticien, donne une conférence :  
« Predictability : does the flap of a butterfly's wings in Brazil set off a tornado in Texas ? »

# L'effet papillon

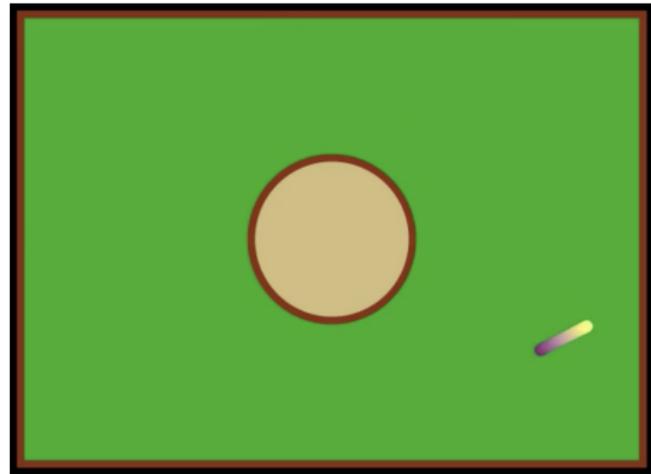
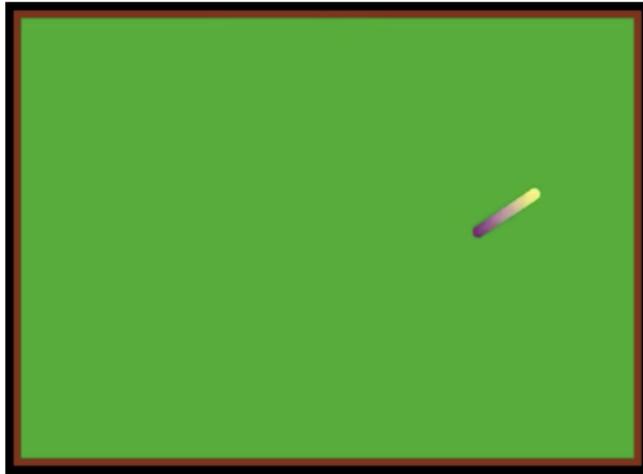


## George Birkhoff (1884-1944)



Bien avant, en 1927, George Birkhoff a l'idée d'étudier des billards mathématiques pour illustrer les résultats de Henri Poincaré sur le problème des trois corps.

# Billard rectangulaire versus billard avec obstacle



# Billard rectangulaire et billard avec obstacle

# Billard standard et billard avec obstacle

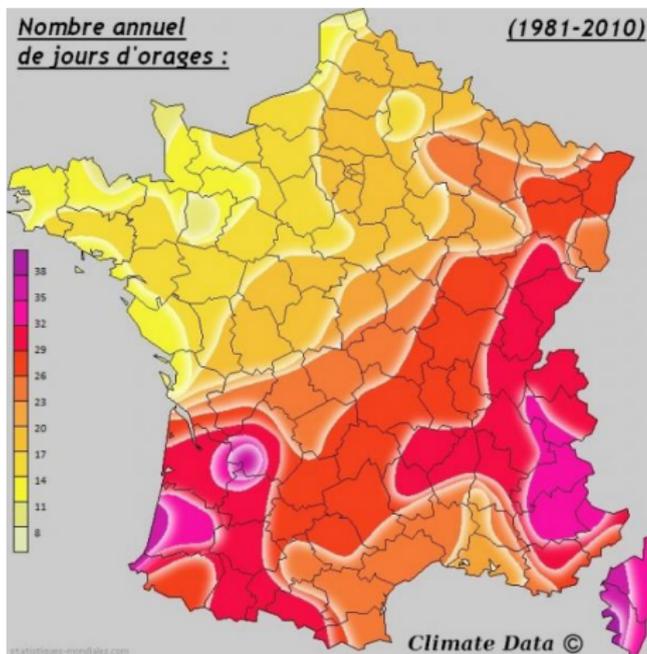
## Est-il possible de prévoir quelque chose ?

- Dans sa conférence de 1972, Lorenz affirme :  
« More generally, I am proposing that over the years minuscule disturbances neither increase nor decrease the frequency of occurrence of various weather events such as tornados; the most they may do is to modify the sequence in which these events occur »

## Est-il possible de prévoir quelque chose ?

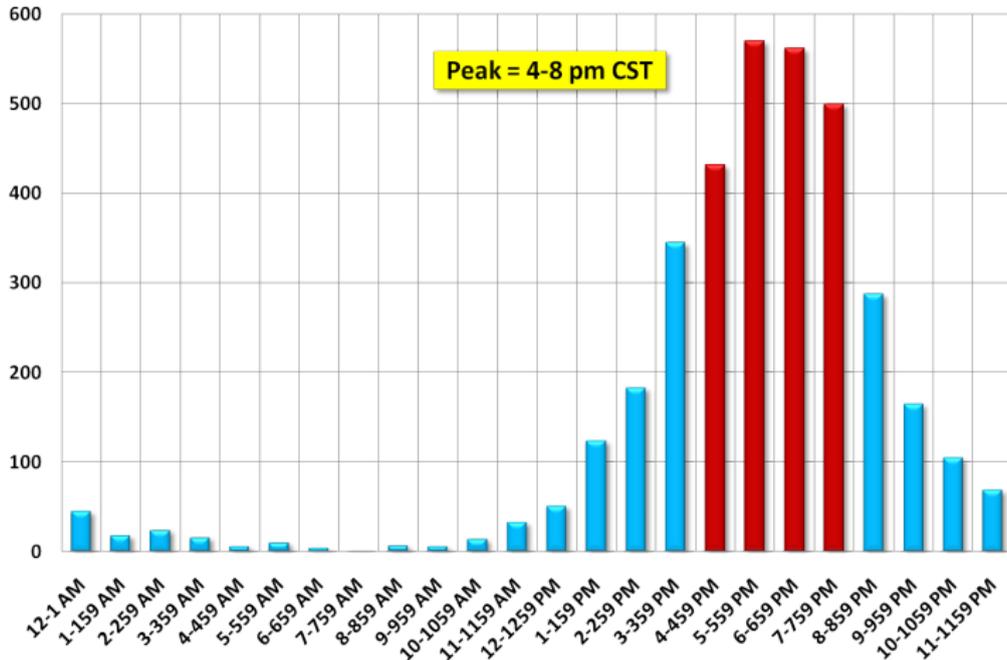
- Dans sa conférence de 1972, Lorenz affirme :  
« More generally, I am proposing that over the years minuscule disturbances neither increase nor decrease the frequency of occurrence of various weather events such as tornados; the most they may do is to modify the sequence in which these events occur »
- Si on ne peut pas prévoir s'il pleuvra ou s'il y aura du soleil à Toulouse le 30 mars 2022, on peut néanmoins essayer d'estimer le nombre de jours de pluie et de beau temps en 2022.
- Il s'agit de se poser des questions d'un point de vue statistique.

# Moyenne annuelle de jours d'orages par an

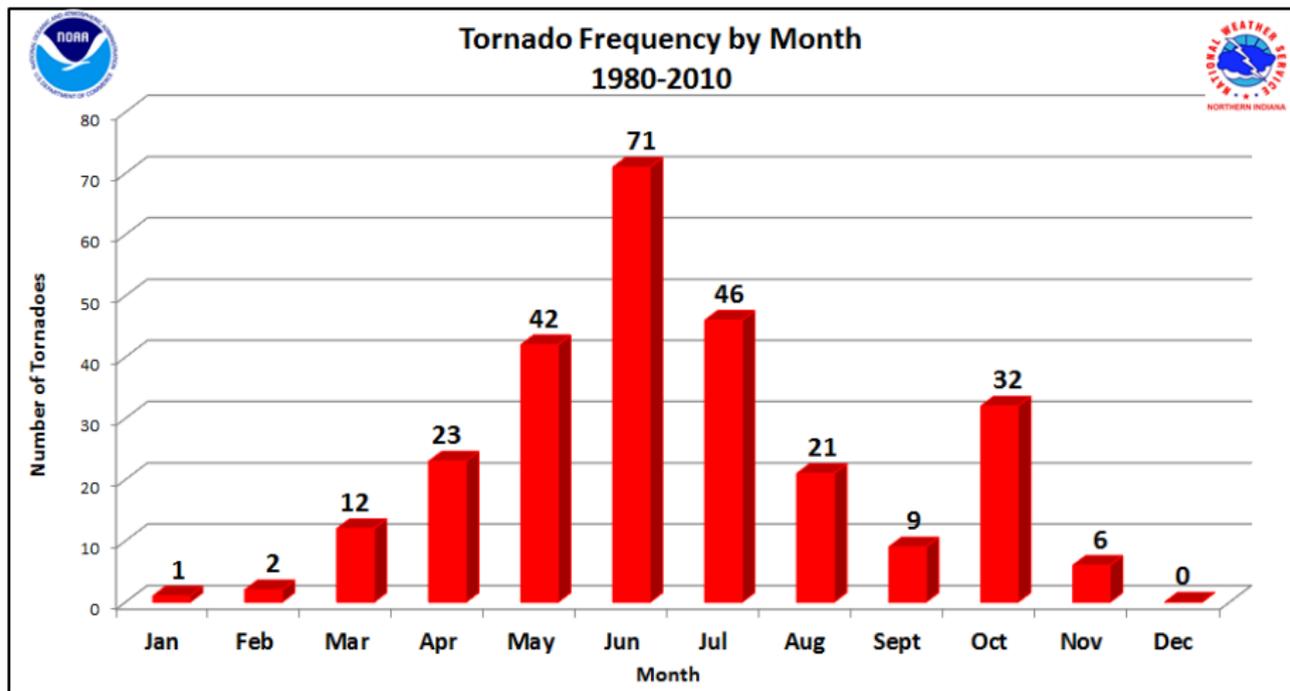


# A quelle heure les tornades surviennent-elles ?

*KS Hourly (CST) Tornado Frequency 1950-2009*

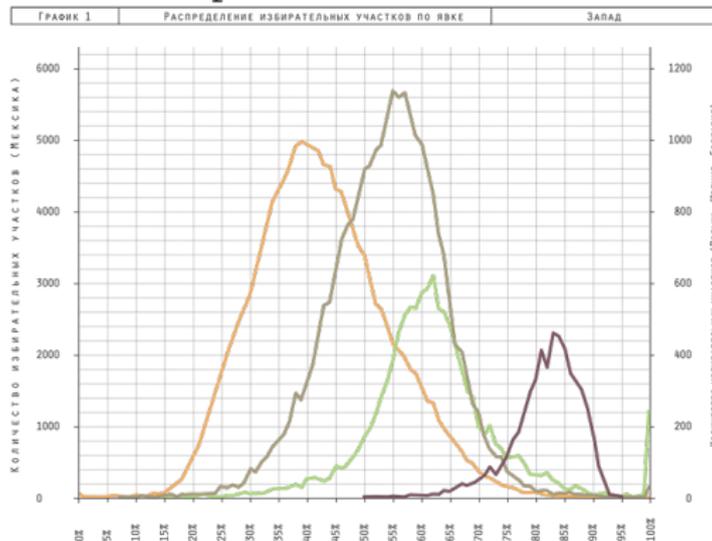


# Quels mois sont les plus touchés par des tornades ?



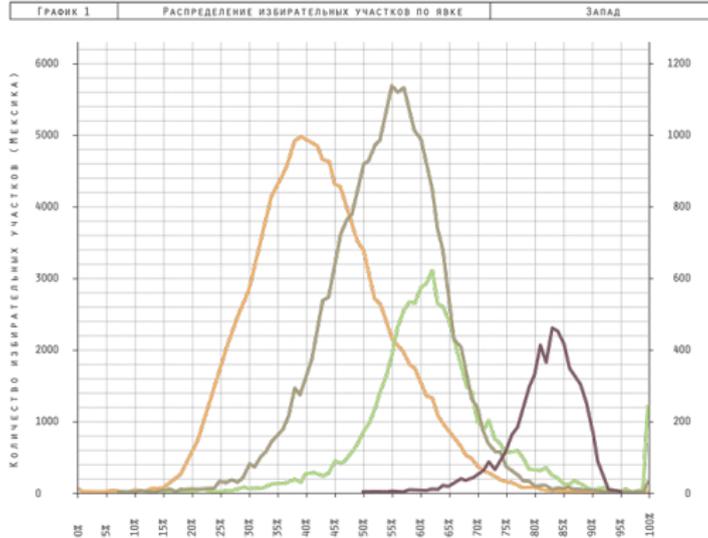
# La courbe en cloche

Tiré de <https://images.math.cnrs.fr/Za-normal-noe-raspredelenie.html>



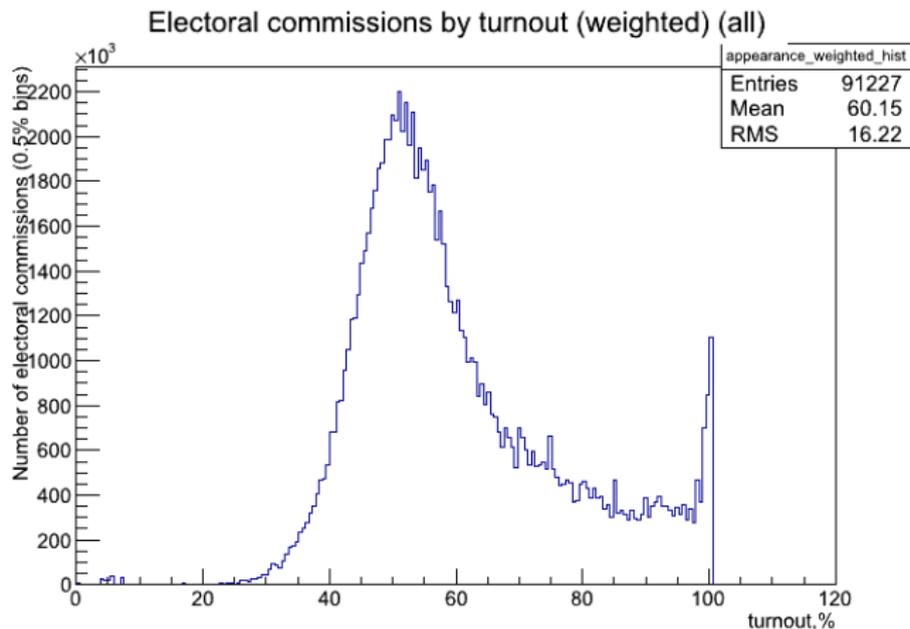
En abscisse un pourcentage de participation et en ordonnée le nombre de bureaux de vote qui ont enregistré ce pourcentage.

# La courbe en cloche



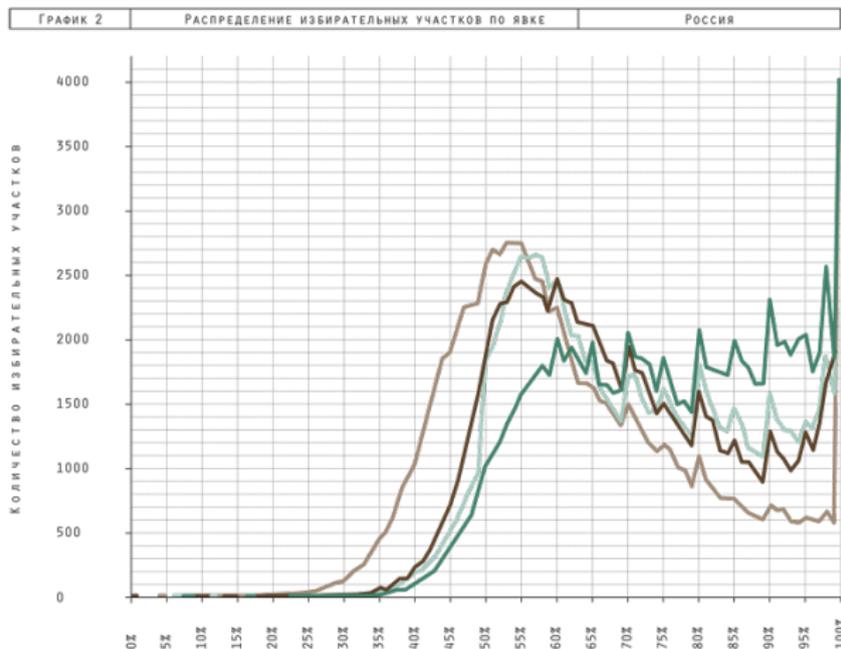
De gauche à droite : élections législatives au Mexique en 2009, élections présidentielles polonaises en 2010, aux élections législatives bulgares en 2009 et suédoises en 2010.

# La courbe en cloche



Elections législatives en Russie.

# La courbe en cloche



Elections législatives et présidentielles en Russie.