Curriculum Vitae

Renseignements personnels

Nom Prénom Buff Xavier

Date de naissance 16 décembre 1971

Nationalité Française

Adresse personnelle Lieu dit Roche, 31320 Aureville

Adresse professionnelle Université de Toulouse (UT3,CNRS,INSA,UT1,UT2)
Institut de Mathématiques de Toulouse
31062 Toulouse, France

Courrier électronique xavier.buff@math.univ-toulouse.fr

2008-...	Professeur à l'université Paul Sabatier, Toulouse. Directeur de l'IREM de Toulouse.
2006	Habilitation à diriger les recherches soutenue le 6 novembre 2006 à l'université Paul Sabatier, Toulouse: "Disques de Siegel et ensembles de Julia d'aire strictement positive".
1998-2008	Maître de conférences à l'université Paul Sabatier, Toulouse.
1997-1998	HC-Wang assistant professor à l'université de Cornell, Ithaca, USA.
1993-1996	Thèse de mathématiques pures obtenue avec les félicitations du jury le 16 décembre 1996 à l'université de Paris-Sud (Orsay) sous la direction d'Adrien Douady: "Points fixes de renormalisation".
1992-1993	DEA de mathématiques pures à l'université de Paris Sud.
1991-1992	Agrégation de mathématiques.
1990-1991	Licence et maîtrise de mathématiques à l'université de Paris VI (Jussieu).
1990	Reçu au concours d'entrée à l'École Normale Supérieure.
1988	Baccalauréat C Mention très bien.

- Depuis 2001, j'ai une Prime d'Encadrement Doctoral et de Recherche, renouvelée en 2005.
- Lauréat 2006 du prix Leconte de l'Académie des Sciences (conjointement avec Arnaud Chéritat).
- Je fais partie du projet ANR "Résonances" dont Laurent Stolovitch est le responsable.
- Avec Arnaud Chéritat et Pascale Roesch, nous avons monté un projet ERC Starting Grant. Ce projet a été classé puis financé par l'ANR.

Enseignement

2008-2009	Cours, TD, leçons en prépa agreg; cours en L2 section prépa-concours. TD probas-stats en L3.
2007-2008	Cours, TD, leçons en prépa agreg; cours en L2 section prépa-concours. UE d'ouverture sur le chaos déterministe.
2006-2007	Cours, TD, leçons en prépa agreg; cours en L2 section prépa-concours.
2005-2006	Cours, TD, leçons en prépa agreg (délégation au CNRS).

Fonctions d'intérêt collectif

En 2008	J'ai co-organisé une session spéciale lors du congrés franco-canadien qui a eu lieu à Montréal.
En 2008	J'ai co-organisé la conférence internationale à la mémoire d'Adrien Douady qui a eu lieu à l'IHP à Paris.
Depuis avril 2008	Je suis directeur de l'IREM de Toulouse.
Depuis septembre 2007	J'encadre la thèse d'Alexandre Dezotti.
Depuis novembre 2006	J'encadre la thèse de Kuntal Banerjee.
2005-2006	J'ai accueilli Kingshook Biswas en post-doctorat dans le cadre d'une bourse du ministère.
Depuis 2004	Je suis membre du conseil de l'Institut de Mathématiques de Toulouse et du conseil scientifique de l'UFR MIG.
Depuis 2004	Je suis correspondant de la SMF à Toulouse.
De 2000 à 2008	J'ai été membre de la commission de spécialistes de Toulouse, section 25.

- J'ai fait des rapports sur des articles soumis à des journaux tels que Inventiones Mathematicae, Ergodic Theory and Dynamical Systems, Proceedings of the AMS, Journal of the AMS, Annales Scientifiques de l'ENS, Annales de l'institut Fourier, Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences, Publications mathématiques de l'IHES.
- J'ai fait de nombreuses interventions auprès d'enseignants de collèges et de lycées au sein de l'IREM de Toulouse et dans le cadre de la formation continue des enseignants.
- Je m'occupe chaque année d'un atelier Maths En Jeans (il s'agit de proposer des problèmes de recherche à des lycéens) en collaboration avec des enseignants du lycée Ozenne de Toulouse et du lycée Pierre-Paul Riquet de Saint-Orens ainsi que des collèges de Pamiers et de Tournefeuille.
- Je participe à un projet sciences au collège de Saint-Sulpice depuis 2004.
- Je participe à un club science et citoyen junior du CNRS depuis 2005.

- J'ai participé à l'organisation d'une projection d'images fractales sur l'Hôtel-Dieu à Toulouse lors du Printemps de septembre 2005.

Conférences et séminaires depuis 2006

2006	Séminaire et Colloquium à l'Institut de mathématiques de Jussieu. Holomorphic dynamics Workshop, Fields Institute, Toronto, Canada. Séminaire Géométrie - Topologie - Dynamique, université Paris-Sud (Orsay) Conférence en l'honneur des 70 ans d'Adrien Douady : Disques de Siegel, implosion parabolique et aire des ensembles de Julia, Cergy.
2007	Conférence "Renormalization, small divisors, continued fractions and geodesic flows" au centre de recherche mathématiques Ennio de Giorgi à Pise. Mini-cours sur les ensembles de Julia de mesure positive dans le cadre d'une conférence organisée par le réseau européen CoDy (conformal geometry and dynamics). Exposé à Paris dans le cadre de l'ANR "Résonances".
Février 2008	Journée thématique sur les espaces de teichnmuller et l'itération de l'algorithme de Thurston à Cergy. Conférence sur les "Groups generated by automata" au centre Stefano Franscini à Zurich. Conférencier plénier dans le cadre du week-end de la Société Européenne de Mathématiques à l'université de Copenhague.
Mars 2008	Co-organisateur de l'Arbeitsgemeinschaft d'Oberwolfach.
Avril 2008	Conférence "Dynamical Systems and Topology" Tossa de Mar, Catalunya, Espagne.
Juin 2008	Exposé dans le cadre de la session de systèmes dynamiques complexes du second congrès franco-canadien qui aura lieu à Montréal.
Octobre 2008	Conférence "Trends and Developments in Complex Dynamics" à Oberwolfach.
Novembre 2008	Exposé au séminaire de géométrie et dynamique de l'ENS Lyon "Transversalité en dynamique holomorphe".
Janvier 2009	Colloquium à Rennes "Ensembles de Julia d'aire non nulle".

Liste des publications

[1] Xavier Buff, Adam Epstein, Sarah Koch, and Kevin Pilgrim.
On thurston's pullback map.
In *Holomorphic dynamics, families and friends.*

[2] Xavier Buff and Adam Epstein.
Bifurcation measure and postcritically finite rational maps.
In *Holomorphic dynamics, families and friends.*

[3] Alexander Block, Xavier Buff, Arnaud Chéritat, and Lex Oversteegen.
The solar julia sets of basic quadratic cremer polynomials.
Erg. Th. and Dyn. Sys., To appear.

[4] Xavier Buff.
Adrien Douady et la dynamique des polynômes complexes.
Gaz. Math., (113):51–56, 2007.

[5] Xavier Buff and Adam Epstein.
From local to global analytic conjugacies.
Erg. Th. and Dyn. Sys., 27(4):1073–1094, 2007.

[6] Xavier Buff and Tan Lei.
Dynamical convergence and polynomial vector fields.
Journ. Diff. Geom., 77(1):1–41, 2007.

[7] Xavier Buff and Arnaud Chéritat.
How regular can the boundary of a quadratic Siegel disk be?
Proc. Amer. Math. Soc., 135(4):1073–1080, 2007.

[8] Xavier Buff and Arnaud Chéritat.
The Yoccoz function continuously estimates the size of Siegel disks.
Annals of Math, 164(1):265–312, 2006.

[9] Xavier Buff and Johannes Rueckert.
Virtual immediate basins of Newton maps and asymptotic values.
IMRN, Article ID 65498:1–18, 2006.

[10] Xavier Buff, Nuria Fagella, Lukas Geyer, and Christian Henriksen.
Herman rings and Arnold disks.
Journal of the London Math. Soc., 72(2):689–716, 2005.

[11] Xavier Buff.
La mesure d'équilibre d'un endomorphisme de $P^k(C)$ [d'après Briend et Duval].
Séminaire Nicolas Bourbaki, (939), 2004.

[12] Xavier Buff and Arnaud Chéritat.
Ensembles de Julia quadratiques de mesure de Lebesgue strictement positive.
C. R. Acad. Sci. Paris, 341(11):669–674, 2005.

[13] Artur Avila, Xavier Buff, and Arnaud Chéritat.
Siegel disks with smooth boundaries.
Acta Math., 193:1–30, 2004.

[14] Xavier Buff and Arnaud Chéritat.

Upper bound for the size of quadratic Siegel disks.
Inv. Math., 156(1):1–24, 2003.

[15] Xavier Buff and Christian Henriksen.
On König's root-finding algorithms.
Nonlinearity, 16(3):989–1015, 2003.

[16] Xavier Buff.
Virtually repelling fixed points.
Publ. Mat., 47(1):195–209, 2003.

[17] Xavier Buff.
On the Bieberbach conjecture and holomorphic dynamics.
Proc. Amer. Math. Soc., 131(3):755–759 (electronic), 2003.

[18] Xavier Buff and Adam L. Epstein.
A parabolic Pommerenke-Levin-Yoccoz inequality.
Fund. Math., 172(3):249–289, 2002.

[19] Xavier Buff.
On the zeros and critical points of a rational map.
Int. J. Math. Math. Sci., 28(4):243–246, 2001.

[20] Xavier Buff, Christian Henriksen, and John H. Hubbard.
Farey curves.
Experiment. Math., 10(4):481–486, 2001.

[21] Xavier Buff and Christian Henriksen.
Julia sets in parameter spaces.
Comm. Math. Phys., 220(2):333–375, 2001.

[22] Xavier Buff.
Fibonacci fixed point of renormalization.
Ergodic Theory Dynam. Systems, 20(5):1287–1317, 2000.

[23] Adrien Douady and Xavier Buff.
Le théorème d'intégrabilité des structures presque complexes.
In *The Mandelbrot set, theme and variations*, volume 274 of *London Math. Soc. Lecture Note Ser.*, pages 307–324. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2000.

[24] Adrien Douady, Xavier Buff, Robert L. Devaney, and Pierrette Sentenac.
Baby Mandelbrot sets are born in cauliflowers.
In *The Mandelbrot set, theme and variations*, volume 274 of *London Math. Soc. Lecture Note Ser.*, pages 19–36. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2000.

[25] Xavier Buff.
Geometry of the Feigenbaum map.
Conform. Geom. Dyn., 3:79–101 (electronic), 1999.

[26] Xavier Buff and Christian Henriksen.
Scaling ratios and triangles in Siegel disks.
Math. Res. Lett., 6(3-4):293–305, 1999.

[27] Xavier Buff, Jérôme Fehrenbach, Pierre Lochak, Leila Schneps, and Pierre Vogel.

Espaces de modules des courbes, groupes modulaires et théorie des champs, volume 7 of *Panoramas et Synthèses [Panoramas and Syntheses]*.
Société Mathématique de France, Paris, 1999.

[28] Xavier Buff.
Ensembles de Julia de mesure positive (d'après van Strien et Nowicki).
Astérisque, (245):Exp. No. 820, 3, 7–39, 1997.
Séminaire Bourbaki, Vol. 1996/97.

Programme de recherche pour la période 2009-2014

Une bonne partie de mes travaux de recherche porte sur les problèmes de petits diviseurs et de linéarisation en dynamique à une variable complexe. Étant donnée une perturbation holomorphe d'une rotation, il s'agit de comprendre si les orbites restent bornées ou si au contraire, des comportements chaotiques apparaissent. Ces questions ont été abordées par Cremer, Siegel, Brjuno dans la première moitié du 20ème siècle. Dans les années 1980, Yoccoz a fait progresser de manière spectaculaire les résultats dans ce domaine, laissant en suspens plusieurs problèmes non résolus.

A. Bord des domaines de linéarisation

En 2001, j'ai démontré avec Artur Avila et Arnaud Chéritat qu'il existe des polynômes quadratiques $P_\alpha(z) = e^{2i\pi\alpha}z + z^2$ ayant un domaine de linéarisation dont le bord est C^∞. Puis, Arnaud Chéritat et moi avons montré que l'on peut quasiment prescrire n'importe quelle régularité. Par exemple, pour tout $n \geq 0$, il existe des domaines de linéarisation dont le bord est C^n mais pas C^{n+1}.

A1) Avec Artur Avila, je pense savoir généraliser les résultats obtenus pour la famille quadratique à toute famille de germes qui fixent l'origine et dont la partie linéaire est une rotation d'angle non constant, sous certaines hypothèses très raisonnables. La difficulté principale consiste à étudier le comportement d'applications holomorphes qui sont des perturbations de rotations dont l'angle n'est pas un nombre de Brjuno.

A2) Je voudrais comprendre ce qui persiste de ces résultats lorsque l'on considère des difféomorphismes du cercle à la place des polynômes quadratiques. Les domaines de rotations sont alors des anneaux, et j'ai déjà obtenu des résultats partiels avec Nuria Fagella, Lukas Geyer et Christian Henriksen. Il s'agirait en partie de compléter ces travaux. Par exemple, parmi les fractionnelles

$$f_{a,b}(z) = bz\frac{1 - az}{1 - a/z}$$

l'ensemble des paramètres (a, b) pour lesquels $f_{a,b}$ possède un anneau de Herman fixe de nombre de rotation α donné est soit vide, soit isomorphe à un disque. Nous lui avons donné le nom de "disque d'Arnold". Je voudrais étudier la régularité du bord des disques d'Arnold dans l'espace des paramètres et montrer que certains disques ont un bord C^∞, tandis que d'autres ont un bord C^n mais pas C^{n+1}. Je pense savoir démontrer qu'il existe des disques d'Arnold à bord C^∞, tels que chaque fraction rationnelle dans le bord d'un tel disque admet une courbe de Jordan invariante de classe C^∞, la réunion de ces courbes de Jordan formant un tore de classe C^∞.

A3) Dans le même cadre que précédemment, je voudrais comprendre à quoi ressemble la limite d'une suite de disques d'Arnold. Peut-on trouver des hérissons dans l'espace des paramètres en utilisant des techniques similaires à celles développées par Pérez-Marco pour montrer l'existence de hérissons (ce sont des compacts connexes totalement invariants non triviaux) pour certains polynômes quadratiques.

A4) Les conjectures suivantes ne sont pas résolues. Soit Δ le disque de Siegel d'un polynôme quadratique. Tout voisinage de $\overline{\Delta}$ contient-il un cycle périodique pour le polynôme quadratique ? Le point critique est-il dans le bord de Δ si et seulement si le nombre rotation est un nombre satisfaisant la condition dite de Herman ? Le bord du disque de Siegel est-il toujours une courbe de Jordan ?

Afin détudier ces questions, je propose l'étude d'un système dynamique fibré :

$$\begin{pmatrix} z \\ \alpha \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \left\|\dfrac{1}{\alpha}\right\| \log \dfrac{1+2\pi\alpha e^{z}}{1+2\pi\alpha} \\ \left\|\dfrac{1}{\alpha}\right\| \end{pmatrix}$$

où $\|1/\alpha\| \in [0,1/2]$ désigne la distance de $1/\alpha$ à $\mathbb{Z}$. Ici, l'application est définie sur

$$\left\{(z,\alpha) \;\middle|\; \alpha \in]0,1/2[\setminus \mathbb{Q} \text{ et } \left|1+2\pi\alpha e^{z}\right| > 1+2\pi\alpha\right\}.$$

Pour chaque α, on peut étudier l'ensemble des (z,α) dont l'orbite est infinie. Si cet ensemble contient un demi-plan supérieur, la composante connexe de l'intérieur de cet ensemble qui contient le demi-plan joue un rôle analogue à celui du revêtement universel d'un disque de Siegel. Il est légitime de se poser des questions analogues aux conjectures mentionnées ci-dessus. Répondre à ces questions devrait être plus élémentaire que de traiter directement le cas des disques de Siegel des polynômes quadratiques.

A5) Je voudrais également comprendre ce que l'on peut obtenir lorsque l'on considère des applications qui préservent l'aire au lieu de considérer des applications holomorphes. Combinant les deux, on peut étudier des applications birationelles de $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ qui se restreignent à des difféomorphismes préservant l'aire dans le tore $S^1 \times S^1$, par exemple:

$$(z,w) \mapsto \left(wz\frac{1-az}{1-a/z}, w\frac{1-az}{1-a/z}\right)$$

qui pour a proche de 0 est une perturbation de l'application $(z,w) \mapsto (wz,w)$ qui induit la rotation $z \mapsto wz$ sur le cercle $w = $ cste. Un cas dégénéré correspondant à $a=0$ après changement d'échelle est l'application :

$$F(z,w) = \big(wz(1+z), w(1+z)\big)$$

qui est déjà très riche en problèmes à étudier. Dans ce contexte, est-il possible de trouver des cercles invariants sur lesquels la dynamique est conjuguée à une rotation, la conjugaison étant de classe $\mathbb{C}^\infty$ sans être $\mathbb{R}$-analytique ?

B. Taille des domaines de linéarisation

En 2002, j'ai résolu avec Chéritat une conjecture de Yoccoz concernant la taille des domaines de linéarisation des polynômes quadratiques $P_\alpha(z) = e^{2i\pi\alpha}z + z^2$. Yoccoz avait donné une minoration de la taille de ces domaines en fonction des propriétés arithmétiques de α. Plus précisément, Yoccoz a introduit une fonction $\Phi(\alpha)$ définie à partir de la décomposition en fractions continues de α, et il a montré que si on note $r(\alpha)$ le rayon de convergence de la série formelle qui conjugue la rotation d'angle α au polynôme quadratique, alors $\Phi(\alpha)+\log r(\alpha) > C_0$ pour une constante universelle C_0. Yoccoz conjecturait que cette minoration était optimale et nous avons montré qu'en effet, $\Phi(\alpha) + \log r(\alpha) < C_1$ pour une constante universelle C_1. En 2003, nous avons affiné notre résultat, répondant à une conjecture de Marmi: la fonction $\Phi(\alpha)+\log r(\alpha)$ est uniformément continue.

B1) Nous étudions actuellement une conjecture de Marmi-Moussa-Yoccoz qui dit que la fonction $\Phi(\alpha) + \log r(\alpha)$ est Hölder d'exposant $1/2$. Arnaud Chéritat et moi pensons savoir démontrer que pour tout $\delta > 1/2$, cette fonction n'est Hölderienne d'exposant δ sur aucun intervalle. De même, elle n'est à variation bornée sur aucun intervalle.

B2) En m'inspirant de travaux de Yoccoz et de Pérez-Marco, dans ma thèse d'habilitation, je donne une démonstration élémentaire du résultat suivant. Si $P(z) = e^{2i\pi\alpha}z + z^2$ a un disque de Siegel, alors toute application f univalente dans le disque unité, fixant 0 avec dérivée $e^{2i\pi\alpha}$ a un disque de Siegel dont le rayon conforme $r(f)$ vérifie $r(f) \geq \frac{1}{10}r(P)$. Les techniques présentées permettent de contrôler le rayon conforme des disques de Siegel pour d'autres familles de polynômes, par exemple, la famille des polynômes $z^d + c$ avec $c \in \mathbb{C}$ (et d un entier ≥ 2).

B3) Dans la famille

$$f_{a,t}(z) = e^{2i\pi t}z\frac{1 - az}{1 - a/z}$$

on peut étudier pour a et t réels, les langues d'Arnold. Pour chaque nombre de rotation p/q, et pour chaque $a > 0$, l'ensemble des $t \in \mathbb{R}/Z$ pour lesquels $f_{a,t} : S^1 \to S^1$ a nombre de rotation p/q, est un intervalle de longueur $\ell_{p/q}(a)$. Lorsque $a \to 0$, $\ell_{p/q}(a) \sim C_{p/q}a^q$ et je voudrais comprendre comment se comporte la constante $C_{p/q}$ en fonction de p/q. Je pense qu'il y a un lien très fort avec la taille des domaines de linéarisation des polynômes quadratiques. Je voudrais également comprendre comment se comporte $\ell_{p_n/q_n}(a)$ pour a fixé, lorsque p_n/q_n sont les réduites d'un nombre irrationnel α. Je pense que si $f_{a,t}$ a un anneau de Herman de nombre de rotation α, les longueurs $\ell_{p_n/q_n}(\alpha)$ décroissent exponentiellement vite, la décroissance exponentielle étant contrôlée par le module de l'anneau de Herman.

C. Implosion parabolique

Une autre partie de mes travaux porte sur l'étude des perturbations de germes tangents à l'identité: l'implosion parabolique. Il est à noter que ces travaux ne sont pas disjoints des travaux cités ci-dessus.

C1) J'ai obtenu récemment en collaboration avec Tan Lei des résultats qui permettent de géneraliser partiellement des travaux de McMullen sur la continuité de la dimension de Hausdorff de l'ensemble de Julia de fractions rationnelles au voisinage d'une fraction rationnelle *géométriquement finie* ayant des points périodiques paraboliques. Nous généralisons un résultat de McMullen dans le cas des perturbations *radiales*. J'aimerais comprendre si on peut généraliser les résultats de McMullen dans le cas des perturbations *horocycliques*.

C2) Toujours dans le domaine de l'implosion parabolique, je suis actuellement en train de travailler en collaboration avec Adam Epstein pour comprendre certains résultats d'Écalle. Ce que nous essayons de faire, c'est de traduire les travaux d'Écalle dans le langage de l'implosion parabolique utilisé par des chercheurs tels que Douady, Hubbard, Shishikura, etc.... Nous expliquons notamment comment se comporte le développement en série de Fourier des applications de cornes de $f_A(Z) = Z+1+A/Z$ lorsque $A \to 0$. Chaque coefficient de Fourier est une fonction entière de A, d'ordre 1, dont le développement en série entière par rapport à A s'exprime de manière complètement explicite en fonction des coefficients de Fourier de $\cot(\pi Z)$ et de ses dérivées ainsi que des fonctions multizetas

$$\zeta(s_1, s_2, \ldots, s_p) := \sum_{0<n_1<n_2<\ldots<n_p} \frac{1}{n_1^{s_1} n_2^{s_2} \ldots n_p^{s_p}}.$$

Ces techniques devraient permettre de démontrer des résultats concernant certains enrichissement dans l'espace de paramètres des fractions rationnelles quadratiques. Par exemple, la limite au sens de Hausdorff, lorsque $q \to +\infty$, des lieux de bifurcations pour les fractions rationnelles

$$f_{A,q}(Z) = e^{2i\pi/q} \cdot (Z + 1 + A/Z).$$

D. Aire des ensembles de Julia

Avec Arnaud Chéritat, nous avons montré qu'il existe des polynômes quadratiques ayant des ensembles de Julia de mesure de Lebesgue strictement positive. Ces exemples apparaissent en particulier dans la famille des polynômes :

$$P_\alpha(z) = e^{2i\pi\alpha} z + z^2 \quad \text{avec} \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Un problème qui se pose maintenant est de savoir s'il existe des $\alpha \in \mathbb{R}$ tels que P_α ne soit pas linéarisable et tels que la mesure de Lebesgue de l'ensemble de Julia $J(P_\alpha)$ soit nulle. John H. Hubbard a posé les deux questions suivantes qui sont liées à ce problème.

D1) Existe-t-il $\alpha \in \mathbb{R}$ pour lequel la mesure de Lebesgue de l'ensemble de Julia rempli $K(P_\alpha)$ est nulle ?

D2) Existe-t-il une constante $c > 0$ minorant la mesure de Lebesgue de $K(P_\alpha)$ pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$?

D3) Je souhaiterais également comprendre si la fonction qui à $\alpha \in \mathbb{R}$ associe la mesure de Lebesgue de $K(P_\alpha)$ est continue aux $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. Dans sa thèse, Arnaud Chéritat montre qu'elle n'est pas continue aux $\alpha \in \mathbb{Q}$.

E) Transversalité en dynamique holomorphe

Soient Σ une sphère topologique orientée de dimension 2, $f : \Sigma \to \Sigma$ un revêtement ramifié de degré $d \geq 2$ préservant l'orientation et $X \subseteq Y \subset \Sigma$ des ensembles finis tels que Y contienne les valeurs critiques de f et X soit contenu dans $f^{-1}(Y)$.

Dans sa thèse, Adam Epstein a défini une sous-variété lisse $\mathrm{Def}(f, X, Y)$ de l'espace de Teichmuller $\mathrm{Teich}(\Sigma, Y)$ telle que chaque $\tau \in \mathrm{Def}(f, X, Y)$ admette des représentants $\phi_\tau : \Sigma \to \mathbb{P}^1$ et $\psi_\tau : \Sigma \to \mathbb{P}^1$ avec

- $(f_\tau = \phi_\tau \circ f \circ \psi_\tau^{-1})$ est une famille analytique de fraction rationnelles
- $\phi_\tau = \psi_\tau$ sur X et envoie donc les cycles de f contenus dans X sur des cycles de f_τ.

Les invariants de conjugaison associés à ces cycles sont des fonctions définies sur $\mathrm{Def}(f, X, Y)$. Il est possible de caractériser les codérivées de ces fonctions en termes de classes d'équivalence de différentielles quadratiques.

Cette très jolie construction d'Adam Epstein a de multiples conséquences en dynamique des fractions rationnelles. Des résultats récents de Genadi Levine suggèrent qu'il y a un lien entre cette construction d'Adam Epstein et la conjecture de Fatou qui affirme que l'ensemble des fractions rationnelles hyperboliques est dense dans l'ensemble des fractions rationnelles. Il s'agit là du problème majeur en dynamique holomorphe maintenant que Chéritat et moi avons démontré l'existence d'ensembles de Julia polynomiaux d'aire non nulle.

Projet

A court terme, je dois rédiger plusieurs résultats que je sais démontrer. Le problème essentiel est le manque de temps dont je dispose pour rédiger ces résultats. Une décharge d'enseignement me permettrait sans aucun doute de les rédiger dans l'année qui vient.

- A1) avec Artur Avila
- A2) avec Chéritat, Fagella et Henriksen
- A4) avec Kingshook Biswas, Arnaud Chéritat, Hiroyuki Inou, Lasse Rempe et Mitsuhiro Shishikura. La rédaction est en fait quasiment achevée. Nous savons résoudre toutes les questions que nous nous posions.
- B1) avec Chéritat. Arnaud Chéritat a fait une rédaction préliminaire pour son Habilitation à Diriger les Recherches. Il nous faut maintenant reprendre cette rédaction pour en faire un article.
- B2) avec Chéritat. Nous avons un article soumis à publication.
- C2) avec Jean Ecalle, Adam Epstein et Carsten Petersen. Je suis invité à une conférence sur le sujet à Pise en octobre 2009. Suite à des exposés que j'ai fait sur le sujet l'année écoulée, Carsten Petersen a fait des suggestions qui permettent d'améliorer les résultats que nous obtenons à partir des travaux d'Ecalle. Il devient urgent de finir la rédaction de cet article.

- D) J'ai achevé cette année la rédaction d'un article dans lequel nous donnons une démonstration complète de l'existence d'ensembles de Julia d'aire non nulle. Cet article a été envoyé à Annals en Mathematics en début d'année et nous attendons les rapports.

- E) avec Adam Epstein et John Hubbard nous somes entrain de compléter la démonstration des résultats de transversalité. Nous pensons finir une rédaction dans les mois qui viennent.

A moyen terme, je souhaite étudier

- A3) avec Pascale Roesch,

- B3) avec Kuntal Banerjee (qui fait sa thèse sous ma direction). Kuntal Banerjee vient d'achever la démonstration d'une inégalité que nous pensons être une égalité. Il nous faut maintenant compléter la démonstration.

A plus long terme, je souhaite étudier A5), C1), D1), D2), D3) et E). J'ai quelques idées pour débloquer la situation, mais une plus longue réflexion est nécessaire.