

Quelques notions introductives à la Finance

Université de Tunis El Manar, Master 2 Maths appliquées, Novembre 2011.

Résumé: Depuis la crise qui secoue le monde de la Finance et plus largement l'économie mondiale, les mathématiciens impliqués dans les applications de leur discipline à la Finance ont été rudement mis en cause, jusqu'à ce que notre enseignement soit accusé de relever sans que nous le sachions de "crime contre l'humanité". On introduit ici quelques éléments historiques et définitions des termes financiers les plus couramment utilisés.

1 Quelques points d'histoire

Ce qu'on appelle aujourd'hui les "bourses" existent depuis longtemps : à partir du moment où existe une monnaie et des entreprises souhaitant investir, faire des affaires, ils ont besoin de fonds, d'emprunter, donc de banques, donc de prêteurs, qui désirent faire fructifier ce qu'ils ont prêté, cf. les Romains et, sans doute bien avant, les Mésopotamiens.

En Europe, ces systèmes datent du 15ème siècle, la bourse de Lyon a été fondée en 1595, siècle des marchands, Londres Stock Exchange date du 17ème siècle. Le gros essor des bourses européennes date du début du 19ème siècle, pour financer le début de l'industrialisation. Ainsi la Bourse de Paris a-t-elle joué un rôle important dans le financement des premières innovations technologiques d'avant la guerre de 14.

Le fonctionnement est le suivant : pour démarrer une activité industrielle, des débiteurs accordent des prêts (debt holders), ils possèdent alors des obligations, sur lesquelles ils touchent des coupons, fixes, par exemple mensuels. Les "debt holders" sont des "rentiers". A côté se tiennent des actionnaires (equity holders) qui, de fait, sont copropriétaires de la firme, constituent le conseil d'administration, qui décide des dividendes (variables) qui rétribuent les actionnaires. Le CA, les actionnaires, décident aussi de la faillite s'ils trouvent que l'activité n'est plus assez rentable. Citons le théorème de MODIGLIANI-MILLER : la valeur de la firme est la somme de la dette et de l'equity (valeur totale des actifs).

2 Couverture des risques

Il existe plusieurs types de risques :
- risque de défaut (ou de faillite), et symétriquement le risque de "contrepar-

tie” (risque pour le prêteur que son débiteur ne puisse remplir ses obligations),

- risque de fluctuation des taux d’intérêt,
- risque de plus ou moins value sur le cours des actions d’une entreprise (santé de la firme, situation internationale politique ou économique,
- fluctuation des prix des matières premières),
- risque de change (fluctuation des taux de change).

A l’origine, les “produits dérivés” ont été créés pour “couvrir les risques”. Ainsi les “futurs notionnels” sont censés couvrir les risques de fluctuation des taux d’intérêt (cf. encadré [1] page 49).

Quant aux options (cf. infra Définition 4.1), elles ont été créées pour couvrir le risque de plus ou moins value sur les actions, et s’échangent sur le MONEP (marchés des options négociables de Paris). Mathématiquement, nous pourrions le montrer, leur valeur C est une variable aléatoire d’espérance plus grande que celle de l’actif sous-jacent S , leur variance est plus élevée, mais le risque relatif, mesuré par la variance relative ou plutôt la variance du ratio $\frac{dC}{C}$ est plus faible que la variance de $\frac{dS}{S}$.

Ainsi, le problème est que l’on a affaire à des agents assez incompetents dans l’évaluation des risques, ils le sous évaluent en général, en particulier parce qu’ils ne connaissent qu’une loi statistique, la loi de Gauss, ou loi normale, dont les valeurs extrêmes (très grosses pertes ou très gros gains) sont assez peu probables. Dans la pratique, cette loi est rarement suivie par la valeur observée des actifs financiers.

3 Titrisation, subprimes et crises

Dans le foisonnement des produits dérivés, définissons d’abord le mécanisme le plus nocif et improductif (à part la production de crise...)

Définition 3.1 *La titrisation est un transfert de crédits (sur des produits d’assurance qui conduisent à des risques actuariels) transformés en titres que l’on vend sur le marché, sans plus aucun contrôle sur le sous-jacent : celui qui a acheté le crédit titrisé n’a AUCUNE information sur le débiteur, sur sa solvabilité par exemple. C’est un rachat (camouflé) de dette. Ces titres eux-même sont échangeables.*

Après quelques échanges, cela s’appelle un “pot au noir”.

C’est cette débauche de titrisations qui est à l’origine de la crise des subprimes. Ces crédits titrisés représentaient 10 pour cent des titres en 68-69, 50 pour cent en 2008. On assiste à ce qu’on appelle une “liquéfaction” du marché.

Point d'histoire : crises de 1929, 1987, 2008 (cf. infra, paragraphe 6.1) mais aussi la "crise de la tulipe" en Hollande (cf. Wikipédia : c'est le nom donné à l'augmentation démesurée puis l'effondrement des cours de l'oignon de tulipe dans le nord des Provinces-Unies au milieu du 17ème siècle. Au plus fort de la tulipomanie, en février 1637, des promesses de vente pour un bulbe se négociaient pour un montant égal à dix fois le salaire annuel d'un artisan spécialisé. Certains historiens ont qualifié cette crise de "première bulle spéculative" de l'histoire. Elle est restée dans les mémoires, tout au long de l'Histoire des bourses de valeurs).

Quant à la crise de 1929, elle est partie d'une bulle spéculative où, pour la première fois, il y a eu déconnexion entre la sphère financière et celle de l'économie "réelle".

4 Autres termes couramment utilisés

AMF : autorité des marchés financiers (France), SEC : Securities Exchange Commission (Etats Unis) sont les "gendarmes de la bourse", doivent veiller à la légalité des échanges. Il y a aussi sur le même principe la CFTC, Commodity Future Trading Commission, pour les marchés dérivés.

CDS (Credit Default Swap) : un des produits dérivés, sorte d'assurance contre le risque de non remboursement de la dette d'une entreprise ou d'un état ([2] pages 26, 66).

Futures : obligation d'acheter ou de vendre à terme (ferme et fixe) à un prix fixé d'avance

Définition 4.1 *On appelle option d'achat ("call") le contrat suivant : l'acheteur paye en 0 une somme q qui lui donne la possibilité d'acheter au temps T l'action au prix K sans en avoir l'obligation. Si en T , $S_T > K$, il exerce son droit et gagne $S_T - K - q$. Sinon, et s'il n'exerce pas son droit, il aura perdu q . Globalement, il gagne $(S_T - K)^+ - q$.*

On appelle option de vente ("put") le contrat suivant : l'acheteur paye en 0 une somme q qui lui donne la possibilité de vendre au temps T l'action au prix K sans en avoir l'obligation. Si en T , $S_T < K$, il exerce son droit et gagne $K - S_T - q$. Sinon, et s'il n'exerce pas son droit, il aura perdu q . Globalement, il gagne $(K - S_T)^+ - q$.

CDO (Collateralized Debt Obligation)[2] page 69 : titres fabriqués en mélangeant des titres de risques différents, "produits toxiques qui ont été au coeur de la crise des *subprimes* sans utilité économique autre que les commissions de ceux qui les fabriquent". Il faudrait absolument les interdire.

SWAP : contrat entre deux contreparties, par exemple sur des taux d'intérêt.

Effet de levier (leverage) [2] page 44 et 69 : recours à l'endettement pour accroître ses capacités de placement, acheter avec des emprunts en pariant que ce qu'on achète rendra PLUS que les intérêts de l'emprunt qu'on aura à payer

Un mot sur les manoeuvres type Madoff (et son "ancêtre" Charles PONZI) qui rétribuaient les clients avec les fonds des clients suivants. Il semble que les taux d'intérêt annoncés (15 pour cent à côté d'une croissante inférieures à 5 pour cent) auraient dû susciter une certaine méfiance.

Fonds alternatifs ou spéculatifs (ou hedge funds) : ils essaient d'offrir à leurs clients un rendement supérieur à celui du marché, cf. effet de levier ci-dessus. Mais aussi recherchent des stratégies d'investissement alternatives.

Private equity : actions qui sont des parts de valeur d'une entreprise, non cotées en bourse, leurs propriétaires forment le CA de l'entreprise, et en deviennent de plus en plus les dirigeants, au détriment du personnel de direction (lui réellement compétent) de l'entreprise (cf. le scandale GEMALTO : en appel la justice a reconnu que la faillite de l'entreprise a été illégitime et a condamné les ex-dirigeants à dédommager les employés licenciés).

Fonds de pension (caisse de retraite) : gèrent les économies des gens pour couvrir leurs besoin quand ils seront en retraite.

Fonds souverains : investissements des états, cf. l'importance du fonds souverain Chinois.

Délit d'initié (insider trading) : utiliser illégalement une ou des informations dont on a connaissance (par exemple de par sa position) pour exécuter des échanges rapportant à coup sûr. Cf. scandale à Airbus : le délit d'initié de certains dirigeants a été reconnu (par l'AMF, autorité des marchés financiers), mais finalement non sanctionné par la justice (pénale ou correctionnelle ?).

Conclusion

La dictature des marchés financiers [2] pages 54-55 : inutile de dire davantage que la chose suivante. Ces derniers mois, trois chefs d'Etat, dans trois démocraties européennes, ont été "démissionnés" sous la pression des marchés financiers. Je cite : "L'équité est loin d'être respectée puisque, sur les marchés financiers, les droits de vote sont répartis selon la richesse des intervenants. Les plus riches ont davantage voix au chapitre, ce qui ne respecte pas les critères d'une légitimité politique acceptable.... les investisseurs ne sont ni élus ni responsables politiquement devant personne."

5 Modélisation mathématique de quelques notions

Soit un marché dont les valeurs des actifs sont modélisées par des semi-martingales, (S^0, S^1, \dots, S^N) . Une stratégie est un portefeuille θ , processus \mathcal{F} -adapté à valeurs dans \mathbb{R}^{N+1} , θ^n représentant la part du portefeuille investie dans le n ième actif financier. Les conditions à imposer sont celles qui permettent au processus réel $\int \langle \theta_s, dS_s \rangle$ d'être bien défini : θ doit être intégrable sur $[0, t]$, $\forall t$ par rapport respectivement à la partie martingale et la partie à variation finie de la semi-martingale qu'est le prix actualisé \tilde{S}^n . Cette quantité $\int_0^t \langle \theta_s, dS_s \rangle$ représente le gain issu de l'échange entre 0 et t et $\int_0^t \langle \theta_s, d\tilde{S}_s \rangle$ représente le gain actualisé issu de l'échange entre 0 et t .

Définition 5.1 Une **stratégie admissible** est un processus adapté à valeurs dans \mathbb{R}^{N+1} sur $(\Omega, \mathcal{F}_t, Q)$ stochastiquement intégrable (cf. cours sur l'intégrale de Itô, intégrale stochastique) par rapport au vecteur prix S .

Définition 5.2 Une stratégie est **autofinancante** si, de plus, pour tout $t \in \mathbb{R}^+$ la valeur du portefeuille vérifie : $V_t(\theta) = \langle \theta_t, S_t \rangle = \langle \theta_0, S_0 \rangle + \int_0^t \langle \theta_s, dS_s \rangle$.

Remarque: Ceci s'interprète de la manière suivante : il n'y a pas de ressources externes, seule la variation du portefeuille fait évoluer la richesse. Ceci est peut-être plus clair en discret :

$$\begin{aligned} V_{t+1} - V_t &= \langle \theta_{t+1}, S_{t+1} \rangle - \langle \theta_t, S_t \rangle = \langle \theta_{t+1}, S_{t+1} - S_t \rangle \\ \text{équivalent à} &\quad \langle \theta_{t+1}, S_t \rangle = \langle \theta_t, S_t \rangle. \end{aligned} \quad (1)$$

Le portefeuille se fait de t à $t+1$ par réorganisation interne entre les différents actifs.

Définition 5.3 On dit que θ est une **stratégie d'arbitrage** si elle est admissible, autofinancante et vérifie l'une des trois propriétés :

$$\begin{aligned} \langle \theta_0, S_0 \rangle &\leq 0 \text{ et } \langle \theta_T, S_T \rangle \geq 0 \text{ presque sûrement et } \neq 0 \text{ avec une probabilité } > 0, \\ \langle \theta_0, S_0 \rangle &< 0 \text{ et } \langle \theta_T, S_T \rangle \geq 0 \text{ presque sûrement,} \\ \langle \theta_0, S_0 \rangle &= 0 \text{ et } \langle \theta_T, S_T \rangle \geq 0 \text{ presque sûrement et } \neq 0 \text{ avec une probabilité } > 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Dans [2] page 27, l'**arbitrage** est défini comme une "technique qui consiste à tenter de tirer parti d'écarts éventuels de prix de devises ou de titres cotés de façon légèrement différente au même moment entre deux places financières".

Définition 5.4 Un marché sans stratégie d'arbitrage est dit **viable**. On dit aussi qu'il vérifie l'hypothèse AOA (absence d'opportunité d'arbitrage).

Pour éviter les stratégies d'arbitrage, on demande parfois que les stratégies admissibles vérifient de plus l'existence d'une constante réelle c (éventuellement négative), telle que pour tout t , $V_t(\theta) \geq c$.

Définition 5.5 *Etant donné un système de prix (S^0, \dots, S^N) , une **mesure de prix d'équilibre** ou **probabilité neutre au risque** sur (Ω, \mathcal{F}_t) est une probabilité Q équivalente à \mathbb{P} telle que les prix actualisés $e^{-rt}S^n$, notés \tilde{S}^n , sont des Q -martingales locales.*

Définition 5.6 *On dit qu'un objectif $X \in L^1(\Omega, \mathcal{F}_T, \mathcal{Q})$ (contingent claim) est **réplicable** ou **atteignable** sous la probabilité Q s'il existe une stratégie admissible autofinancante θ et un réel x tels que $X = \langle \theta_T, S_T \rangle = x + \int_0^T \theta_s \cdot dS_s$. On dit qu'un marché est **complet** sous la probabilité Q pour le système de prix S si tout $X \in L^1(\Omega, \mathcal{F}_T, \mathcal{Q})$ est réplicable.*

References

- [1] Daniel GOYEAU et Amine TARAZI : "La Bourse", Repères, La Découverte, Paris, 2001.
- [2] Alternatives Economiques, "Les marchés financiers", hors série 87, 1er trimestre 2011.

6 Annexe

Ce qui suit est le texte d'une conférence donnée à Tunis le 12 Mars 2009.

La question qui se pose est : avec la crise qui s'est aggravée de façon très violente le 15 Septembre 2008, les mathématiciens ont été rudement pris à partie par un certain nombre d'intervenants, jusqu'à être traités de "criminels contre l'humanité", accusés d'apprendre à leurs étudiants 'à faire des coups boursiers' (sic) excusez moi du peu....

De fait, ce qui se passe depuis le 15 Septembre n'est que l'émergence de ce qui couvait depuis longtemps, crise inhérente à un système sans doute voué à l'échec, système dont les mathématiciens n'ont pas vraiment la responsabilité. Tout ceci était prévisible, surtout depuis la crise des 'subprimes' l'été 2007. Avant d'aborder les deux questions de mon titre, je vais essayer de rappeler quelques points d'histoire.

Mes sources :

MATAPLI 87, Novembre 2008

Marc YOR, Faut-il avoir peur des mathématiques financières ? pp. 47-52.

Nicole EL KAROUI et Monique JEANBLANC, Les mathématiques financières et la crise financière, pp. 53-60.

Philip PROTTER, The financial meltdown, how did we get in this mess ? pp. 61-68. *La crise financière, comment en sommes-nous arrivés à ce gâchis?*

Michel CROUHY, Y a-t-il un avenir pour les quants après la crise ? pp. 69-74.

Christian NOYER, gouverneur de la banque de France, Crise financière mondiale : stratégies publiques et privées pour faire face à la crise (Paris-Europlace, Emirats Arabes Unis, 21 Janvier 2009).

LeMonde.fr :

Michel ROCARD, La crise sonne le glas de l'ultralibéralisme, 1 Nov 2008.

Elyes JOUINI, La modélisation financière sur la sellette, 15 Déc 2008.

Site MathFi:

David BOURGHELLE, Valeur de marché, liquidité et juste valeur.

Bruno DEUTSCH, Réponse à Denis Guedj, 21 Janvier 2009.

LeTemps.ch:

Sylvain BESSON, Crise : la malédiction des maths, 12 Novembre 2008.

Et enfin la chronique dans Libération de Esther DUFLO, professeure au MIT et au Collège de France,

Trop de banquiers, 7 Octobre 2008,

Ne nous fions pas aux banquiers, 24 Février 2009.

6.1 Un point d'histoire

Au commencement était Louis Bachelier dont la thèse soutenue en 1900 a introduit pour la première fois de l'aléa dans l'étude des cours boursiers. Ceci est fait à l'aide du mouvement brownien B , processus aléatoire (fonction du temps et du hasard), continu mais jamais dérivable, qui modélise des petites variations très rapides, sous la forme

$$S_t = S_0 + bt + \sigma B_t.$$

Ceci a été amélioré par Black et Scholes :

$$dS_t = S_t(bdt + \sigma dB_t), \quad \log(S_t) = \log(S_0) + (b - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma B_t.$$

Ils ont obtenu en 1973 une formule simple pour calculer le prix d'une option, produit dérivé de S , $E[(S_T - K)^+]$.

Mais c'est le krack de 1987 qui a incité les financiers à se rapprocher des mathématiciens qui, de leur côté, ont vu là une jolie application de la théorie du contrôle stochastique.

De fait, il faut remonter un peu plus loin concernant la Finance boursière, à la mise en brèche progressive à partir des années 1970 du Glass-Steagall act (1933, suite à la crise de 1929) ; puis Reagan en 1980 a éliminé toute régulation sur les contraintes sur prêts-épargne, les dépôts n'étant plus garantis, selon la théorie que 'le marché a toujours raison'. Il s'en est suivi une croissance des prises de risque en vue de profits accrus, et des personnes peu scrupuleuses ont eu ainsi l'opportunité de voler la banque... Plus de profit est possible via la différence entre le taux versé aux déposants et celui exigé des emprunteurs.

De plus, les créances ont été 'titritisées', c'est à dire vendues afin d'être transformées en actifs, à leur tour vendables et transformables en autres dérivés. Enfin en 1999 Clinton a définitivement abrogé le Glass-Sheagall act, en mettant fin à l'interdiction faite aux banques de posséder des compagnies financières (ce qui permet des manipulation de marché, 'abuse market'). On en est venu à payer les dirigeants de façon exorbitante :

- en 1970, un PDG gagnait 40 fois la paye d'un ouvrier de base,
- en 2000, c'est 1000 fois !

Pour en rajouter une couche, Esther Duflo rapporte que le patron de Lehman Brothers, une des premières banques à avoir fait faillite en Septembre, avait gagné 45 millions de dollars en 2007 et un demi milliard entre 1997 et 2007.

Dans le même temps, la structure des actifs sur le marché financier a considérablement changé. Le but initial de la Bourse était de trouver des

investisseurs pour l'industrie, pour l'économie, et les dividendes sont là pour rétribuer les risques pris par les investisseurs.

Or, j'écoutais en 91-92 le prix Nobel d'économie Maurice ALLAIS qui était très choqué de ce que le pourcentage d'actifs échangés en bourse fondés sur l'économie réelle (Renault, Danone, Siemens, etc.) n'était que de 20 pour cent. Je crois qu'en 2008, ce pourcentage était tombé à moins de 5 pour cent.... no comment. Que s'est-il passé ? la création d'une multitude de ce qu'on appelle les 'produits dérivés' dont le premier exemple est l'option qui est évaluée par la formule de Black et Scholes. Je vous en décrirai d'autres au fil de mon exposé. Je cite encore Esther Duflo : "Certes, il faut un secteur financier pour faire l'intermédiaire entre les entrepreneurs et les épargnants. Mais le secteur semble avoir pris une existence quasi autonome, sans lien étroit avec les besoins de financement de l'économie réelle."

Enfin, il y a eu la crise de liquidité de l'été 2007 avec la chute de la confiance (les emprunteurs ne pouvaient plus payer leur créances), d'où le blocage des échanges, les prix ne se font plus.

6.2 Les mathématiques dans la Finance

1. Suivant l'exposé de Marc Yor en Avril 2008 "Faut-il avoir peur des mathématiques financières?" les mathématiques servent à calculer en moyenne le prix initial d'un produit financier à réaliser dans le futur, afin de transférer le risque de l'investisseur vers le vendeur, la banque. Donc, on fait l'hypothèse que le prix sous-jacent suit une certaine dynamique, et le modèle sert essentiellement à définir des stratégies pour couvrir le risque. C'est ce que permet la célèbre formule de Black et Scholes.

MAIS, cette formule n'est valable que sous des hypothèses sur l'état du monde qui ne sont pas forcément vérifiées. Je pense par exemple à l'hypothèse que la volatilité est constante. Si l'on observe la courbe de la volatilité historique σ estimée de 1850 à 1990 : cette courbe montre de très grosses fluctuations de la volatilité. Ce paramètre très important est l'écart-type instantané du log du prix $\sqrt{\frac{1}{\epsilon} Var(\log \frac{P_{t+\epsilon}}{P_t})}$, il mesure évidemment le risque, la fluctuation autour de la moyenne.

2. D'autres hypothèses sont nécessaires aux mathématiciens pour faire des modèles, par exemple Denis BOURGHELLE énonce que "l'hypothèse sous-jacente à tout le système est qu'en présence de liquidité (c'est à dire beaucoup d'échanges), le prix où l'on échange est la valeur intrinsèque, la 'vraie' valeur. Mais cette hypothèse est trop souvent prise en défaut :

- lorsque la vision du futur portée par les prix du marché se révèle excessive au regard de la trajectoire effectuée, l'opinion majoritaire finit par basculer

et fait les prix à un niveau qui n'a rien à voir avec la valeur intrinsèque, le 'vrai' prix.

- la seule valeur observable est le prix du marché, qui est une évaluation publique"

et j'ajoute que les acteurs se regardent les uns les autres, un grand nombre d'entre eux sont 'mimétiques', d'où des mouvements inconsidérés (cf. la baisse brutale de l'action CIT Alcatel après l'annonce par Sitruk d'une légère baisse du chiffre par rapport aux prévisions) comme les décrivent les travaux de André ORLEAN.

3. Une autre contribution des mathématiques est ce qu'on appelle la calibration de modèle, c'est à dire l'estimation des paramètres du modèle au vu des données. Ce n'est pas de la statistique classique, parce que l'on ne peut répéter l'expérience (on ne dispose que d'une trajectoire des prix...) donc il faut ruser, ce ne sont pas des mathématiques faciles, et les données ne sont pas forcément assez fournies. Elyès JOUINI fait remarquer dans Le Monde en Décembre dernier notre difficulté à calibrer les modèles en raison de l'insuffisance voire l'inexactitude des données.

4. Ainsi, les mathématiques ont permis l'introduction de produits de plus en plus sophistiqués dont le but était double

- augmenter le profit quitte à augmenter le risque ; par exemple le produit dérivé le plus simple, $(S_T - K)^+$, est d'espérance plus grande, mais de variance relative plus faible : $Var(\frac{dC}{S}) < Var(\frac{dS}{S})$.

- diversifier afin de répartir les risques. Je cite Bruno DEUTSCH (21 Janvier) "les produits dérivés ont leur utilité et on peut même soutenir que le principe qui consistait à mélanger des produits risqués avec des produits moins risqués n'était pas absurde", c'est le principe des Collateralized Debt Obligation, CDO. On mélange, puis on coupe en tranches que l'on vend séparément, à des prix inversement proportionnels aux risques supposés.

5. Il faut enfin comprendre que si les risques ne sont plus indépendants (et la prolifération des dérivés tend à montrer la dépendance entre eux...), les calculs de risque (si les X_i sont indépendants alors $Var(\bar{X}_n) = \frac{1}{n} \sum_i Var(X_i)$, si $Var(\bar{X}_n) = \frac{1}{n} \sum_i Var(X_i)$, alors les X_i sont globalement non corrélés, indépendantes dans le cas gaussien) ne sont plus valables, le risque est sous-estimé.

Néanmoins, il est intéressant de noter quelques faits qui ne doivent pas être seulement des coïncidences : nous faisons par exemple l'hypothèse que la valeur du portefeuille doit être minorée à tout instant par une constante

fut-elle négative afin d'éviter les stratégies d'arbitrage. Ceci correspond à l'obligation qu'ont les agents de ne pas descendre au dessous de leur 'position' autorisée.

Autre exemple : l'existence d'une probabilité sous laquelle tous les prix suivent un processus qui s'appelle 'martingale' (constant en espérance) implique l'absence d'opportunité d'arbitrage, c'est à dire la possibilité de gagner avec une probabilité strictement positive avec une richesse initiale négative.... ce qui pose problème, car on montre que, en cas d'arbitrage, il y a impossibilité d'obtenir un prix d'équilibre, c'est à dire l'impossibilité de faire des échanges.

6.3 Les financiers et les mathématiques

1. Face aux mathématiciens, qui trouve-t-on ? Compte tenu de ce que je viens de dire, il semble que la crise actuelle a mis en évidence plutôt une manque de recherche en mathématiques qu'un excès.... Il apparait que les financiers se sont précipités sur des modèles que nous avons créés, mais sans les vérifier en pratique. Une anecdote savoureuse : Nicole El Karoui exposait devant des professionnels des résultats qu'elle venait d'obtenir avec Monique Jeanblanc et Marc Yor (sur les options parisiennes me semble-t-il...je tiens l'anecdote de Monique). Le public s'affole, prend des notes, téléphone... ce voyant, Nicole leur dit : "un peu de patience, nous finissons de rédiger ces résultats et nous vous envoyons le papier la semaine prochaine". Et les professionnels de réagir : "mais comment ! c'est trop beau ! il faut en profiter aussitôt". Bien sûr, on peut se poser la question (et cela est bien difficile à modéliser!) si la croyance dans le modèle (je pense au 'credo' de la formule Black-Scholes) même s'il est faux, ne tend pas à le rendre presque vrai ??

2. De fait, Nicole EK, par exemple, dit que pour un produit réactif comme les 'dérivés de crédit', il s'agit d'un modèle qui aurait nécessité beaucoup plus de travail, on manque de données pour le contrôler, ils sont trop complexes à implémenter. Mais les agents sont poussés par une pression terrible, obligation de résultat, il faut faire le prix dans la seconde. Je citerai volontiers John SEO (gérant de hedge funds) à la suite de Nicole (p 58) : "le modèle a créé des marchés, les marchés suivent des modèles. Aussi de nouveaux marchés émergent et les gens (du moins certains) découvrent que B-S ne marche pas. Pour certains cas de risque,(événements rares, extrêmes) le modèle est faux voire TRES faux. Mais la seule raison pour la quelle ces marchés ont émergé est que B-S aurait pu (dû?) évaluer correctement le prix.

3. Donc, avec cette débauche de produits, il est difficile de s'y retrouver ; la première génération, je l'ai dit, c'était pour couvrir les risques à la hausse ou à la baisse, sur le long terme, puis il s'est agi de couvrir les risques de variations quotidiennes, voire horaires... C'est devenu très compliqué. Je

lisais qu'un milliardaire disait : "quand je ne comprends pas un produit, je n'achète pas". Lui est resté milliardaire....De fait, il faut bien se convaincre que le risque zéro n'existe pas, le risque ne disparaît pas. En diversifiant, les agents ont cru avoir divisé le risque d'où un excès de confiance alors que le risque a diminué moins que ce qu'ils croyaient, car leur portefeuille contient des actifs trop dépendants.

4. Un autre problème, une autre responsabilité des financiers est la suivante, pointée par Michel CROUHY (Natixis, toujours la journée académie des sciences) : les 'quants' (les matheux dans les salles de marché) ne sont pas responsables ni de la crise des 'subprimes' ni de la faillite de Lehman, mais les banquiers ont longtemps profité de la situation avec des profits exorbitants. M.C. met en cause :

- la distribution débridée de crédits à des gens qui seraient incapables de rembourser,
- les fraudes,
- les reventes de reventes de reventes de créances (cf. titrisation),
- l'irresponsabilité des agences de notation (de fait conflit d'intérêt car juge et partie),
- l'absence de vérification des informations sur les actifs titrisés.

Il est vraisemblable que les pertes dues au risque de modèle (c'est à dire les risques dus aux défauts des modèles) sont "sans commune mesure avec les 600 milliards de dollars de dépréciation déjà enregistrés par les banques depuis juillet 2007." Les produits se multiplient, trop vite, on n'a pas assez de données, ni de temps pour recalibrer les nouveaux produits....

Esther Dufflo : Deux économistes de Chicago ont.... constaté que la croissance des emprunts non remboursés a été particulièrement forte entre 2002 et 2007 dans les endroits où les prêts ont été titrisés en plus grand nombre et vendus à des institutions financières autres que des banques (des fonds d'investissement par exemple) : cela suggère que les banques ont profité du manque d'expertise de ces nouveaux acheteurs pour leur vendre au prix fort des emprunts qu'elles savaient fragiles.

Et encore : "La régulation met des garde-fous à la titrisation des emprunts les plus risqués. En particulier, chaque emprunteur se voit assigner un score sur la base d'informations vérifiables, et il est recommandé de ne pas titriser les prêts qui ont un score de moins de 620 points. Ce score étant arbitraire, on peut donc comparer les emprunts dont le score est juste au-dessus ou juste en dessous : la seule différence et que ceux qui passent ce seuil ont deux fois plus de chance d'être titrisés.

Or, quand on effectue cette comparaison, on constate que les emprunts juste au-dessus du seuil autorisé ont 25 pour cent de plus de risque de se trou-

ver en non-remboursement quelques années plus tard (alors qu'en principe ils étaient un peu meilleurs au départ) : les banques faisaient beaucoup plus attention à bien choisir et à contrôler les clients pour les prêts dont elles devaient garder la responsabilité que ceux des prêts qu'elles pensaient pouvoir écouler facilement. Tout cela suggère que les hésitations de ces dernières semaines sont coûteuses. Elles laissent le temps aux banques de sauver le plus possible de ressources pour leurs actionnaires, aux dépens du contribuable. Tout indique qu'elles sont capables de le faire."

5. Une idée intéressante est celle de Philip Protter qui établit un parallèle avec les règles contre la pollution. Les firmes qui respectent ces règles sont finalement désavantagées. Si pas de règles, tout le monde pollue gaiement, la morale n'est pas spontanée. De même si la bourse est complètement dérégulée, les banques pour faire un maximum de profit font, ont fait, un peu n'importe quoi, des risques ont été pris dans une proportion sans commune mesure avec les fonds de réserve. De fait, le dicton 'trop beau pour être vrai' aurait dû être écouté ! Dans le même temps il y a eu un emballement des rémunérations qui a encouragé ces pratiques douteuses, basées sur des profits à court terme, avec un oubli total des risques encourus par les firme, l'économie réelle....

Protter (page 68) conclut que la combinaison de

- absence de régulation,
- dégradation des prêts hypothécaires,
- bulle immobilière,
- augmentation des subprimes d'hypothèques,
- une structure douteuse des agences de notations,

le tout dans une ambiance de cupidité excessive, a conduit à l'actuelle crise des banques et du crédit. Pas de mathématiques dans tout cela....essentiellement un appât de gains forcené...

6. Point souligné par D. BOURGHELLE (EC a l'IAE Lille) : les bilans des entreprises ont été contaminés par des évaluations instables (cf. les dérivés de crédit qui se retrouvent hors bilan !) et les CDO aussi très instables. Les marchés présentent une difficulté structurelle à fournir à l'économie une quelconque 'juste valeur'.

7. Le gouverneur de la Banque de France Christian NOYER souligne le fait que les connaissances et compétences en interne concernant les diversifications étaient sans doute insuffisantes face aux risques encourus. Les établissements financiers n'ont pas procédé à une analyse des risques suffisamment minutieuse et ont exagérément privilégié les bénéfices à court terme.

6.4 Conclusion

Je m'abriterai pour ma conclusion sous la houlette de Nicole El Karoui, Michel Rocard, Christian Noyer et Esther Duflo, quitte à ressasser des choses déjà dites.

Nicole : la crise n'est pas due aux modèles, elle ne sera pas non plus résolue en introduisant de nouveaux modèles. La crise prochaine (si tant est que l'on sorte de celle ci, c'est moi qui l'ajoute !!) ne sera pas évitée par une plus grande utilisation des mathématiques ni par leur suppression mais par une meilleure surveillance (cf. ce qui se fait en Météo mais cela suppose plus de données fiables donc moins de créations incessantes) et une meilleure régulation.

Rocard : il faut limiter l'usage des produits dérivés, lutter contre les paradis fiscaux, régler le fonctionnement des fonds de pension pour les obliger à agir sur le long terme (c'est à dire pénaliser les aller-retour trop rapides, par des frais de transactions davantage dissuasifs). Citons aussi Jean PEYRELEVADE, *Le Capitalisme Total*, 2005.

Christian Noyer souligne l'importance de la transparence, pense qu'un consensus croissant est en train de s'établir autour de la nécessité d'un réexamen fondamental de la régulation financière.

Esther Duflo : "si payer (beaucoup) moins les banquiers ou les taxer (beaucoup) plus serait certainement souhaitable au point de vue moral (sans même parler des considérations d'équité), cela serait-il dommageable du point de vue de l'efficacité économique, comme de nombreux économistes le suggèrent ? Y a-t-il un risque de décourager les plus talentueux de travailler dur et d'innover dans la finance ? Sans doute. Mais ce serait presque une bonne chose."

Enfin, je ne résiste pas au plaisir de vous donner cette citation :

Owners of capital will stimulate the working class to buy more and more of expensive goods, houses and mechanical products, pushing them to take more and more expensive credits, until their debt becomes unbearable. The unpaid debt will lead to bankruptcy of banks, which will have to be nationalised, and the State will have to take the road which will eventually lead to communism.

Les propriétaires du capital pousseront la classe ouvrière à acheter de plus en plus de produits coûteux, maisons et produits mécaniques, à prendre des crédits de plus en plus coûteux, jusqu'à ce que leur dette devienne insupportable. Les dettes impayées entraîneront la faillite des banques, qui devront être nationalisées et l'Etat devra prendre la route qui aboutira au communisme.

Karl Marx, *Das Kapital*, 1867.