

Ce devoir maison 2 est à rédiger pour le premier COURS/TD de la semaine 6 (23/02 au 27/02), si vous le cherchez en groupe, une copie suffit. Trois copies par groupe seront prélevées et corrigées.

Exercice 1. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b+c & a+c & a+b \\ bc & ac & ab \end{pmatrix}$.

- 1) Calculer le déterminant de A (sous forme factorisée).
- 2) Etudier le rang de A en fonction des paramètres réels a, b, c .

Exercice 2. On pose pour $n \in \mathbb{N}^*$: $\Delta_n = \begin{vmatrix} 1+x^2 & x & 0 & \dots & 0 \\ x & 1+x^2 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & x \\ 0 & \dots & 0 & x & 1+x^2 \end{vmatrix}$.

- 1) Montrer que pour $n \geq 2$: $\Delta_n = (1+x^2)\Delta_{n-1} - x^2\Delta_{n-2}$.
- 2) Calculer $\Delta_n - \Delta_{n-1}$ et en déduire Δ_n .

Exercice 3. Calculer pour $n \in \mathbb{N}^*$ le déterminant $\begin{vmatrix} 1 & n & n & \dots & n \\ n & 2 & n & \dots & n \\ n & n & 3 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & n \\ n & n & \dots & n & n \end{vmatrix}$.