

*Ce devoir maison 1 est à chercher pour le dernier COURS/TD de la semaine 3, si vous le cherchez en groupe, une copie suffit. Trois copies par groupe seront prélevées et corrigées.*

**Exercice 1.** *Montrer que l'ensemble*

$$\mathcal{E} = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / (\exists (a, \varphi) \in \mathbb{R}^2)(\forall x \in \mathbb{R})f(x) = a \cos(x - \varphi)\}$$

*est un  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel.*

**Exercice 2.** *Dans  $\mathbb{R}^4$ , comparer les sous-espaces  $F$  et  $G$  suivants :*

$$F = \text{Vect}\{(1, 0, 1, 1), (-1, -2, 3, -1), (-5, -3, 1, -5)\}$$

$$G = \text{Vect}\{(-1, -1, 1, -1), (4, 1, 2, 4)\}$$

**Exercice 3.** *Soit  $E$  un espace vectoriel sur  $\mathbb{R}$  et  $x, y, z, t$  une famille libre d'éléments de  $E$ , les familles suivantes sont-elles libres ?*

- (1)  $x, 2y, z$ .
- (2)  $x, z$ .
- (3)  $x, 2x + t, t$ .
- (4)  $3x + z, z, y + z$ .
- (5)  $2x + y, x - 3y, t, y - x$ .