

2007-08

DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS

62

CHAPITRE 4. DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS

Exercices

Exercice 1. Déterminer le D.L. à l'ordre 3 en 0 de deux façons (développement de Taylor en calculant les dérivées successives en 0, puis à l'aide d'opérations sur les D.L.) pour les fonctions suivantes:

- a) $f_1(x) = \sin(2x) - e^{3x}$
- b) $f_2(x) = e^x \cos x$
- c) $f_3(x) = (7x^8 - 5x^6 + 3x^2 - 1) \cdot \text{sh}(x)$
- d) $f_4(x) = \frac{e^x}{1-x}$
- e) $f_5(x) = \frac{\sin x}{1-x^2}$

Exercice 2. Donner le D.L. à l'ordre 3 en 1 pour les fonctions suivantes:

- a) $f_1(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 2$
- b) $f_2(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$.

Exercice 3. Déterminer le D.L. à l'ordre 5 en 0 de:

- a) $f_1(x) = e^{\text{sh}x}$
- b) $f_2(x) = e^{\cos x}$.

Exercice 4. Déterminer le développement limité en 0 à l'ordre indiqué des fonctions suivantes :

- a) $f_1(x) = x \sin(x^5) - \cos(x^3)$, ordre 15;
- b) $f_2(x) = \ln(1 + x \cos x)$, ordre 4;
- (* c) $f_3(x) = \ln(2 + \cos x)$, ordre 3;
- (* d) $f_4(x) = \sin^2 x$, ordre 10.

Exercice 5 (*). On pose $f(x) = \frac{x^3}{1+x^6}$. Déterminer $f^{(n)}(0)$ pour n entier positif (en utilisant le D.L. de f en 0).

Exercice 6. Déterminer un développement limité à l'ordre 3 de

$$f(x) = e^{\text{th}(x)}.$$

Exercice 7. Trouver un développement limité à l'ordre 5 en 0 de chacune des fonctions suivantes.

- a) $f(x) = \text{sh}(x) \cdot \text{Arctan}(x)$.
- b) $g(x) = \text{Argth}(\sin(x))$.

Exercice 8. Trouver un développement limité à l'ordre 3 en 0 de chacune des fonctions suivantes.

- a) $f(x) = e^x \cdot \cos(x)$.
- b) $g(x) = \ln(1 + \sin(x))$.