

## Feuille d'exercice 1

*Introduction aux probabilités*

### 1 Poincaré

Soit  $A$  et  $B$  deux évènements aléatoires avec  $P(A) = 1/2$  et  $P(B) = 1/4$ . Déterminer  $P(A \cup B)$  lorsque  $A$  et  $B$  sont incompatibles puis lorsque  $P(A \cap B) = 1/3$ .

### 2 Encadrement

Soit  $A$  et  $B$  deux évènements aléatoires. Donner un encadrement de  $P(A \cup B)$  et  $P(A \cap B)$  lorsque  $P(A) = 1/2$  et  $P(B) = 1/4$ .

### 3 Gants

Dans un tiroir se trouvent 3 paires de gants noirs et 2 paires de gants blancs, tous de même taille. Quelle est la probabilité de sortir une paire de gants mettables en tirant au hasard 2 gants du tiroir ?

### 4 Cartes

On tire au hasard 5 cartes dans un jeu de 52. Quelle est la probabilité que les 5 cartes soient d'une même couleur ?

### 5 Saloon

Au comptoir d'un saloon, il y a 7 places alignées. 3 cowboys arrivent pour boire un verre. Quelle est la probabilité qu'ils ne s'assoient pas côte à côte ?

### 6 Goudron et plumes

Dans un jeu de 32 cartes, un tricheur remplace une autre carte que l'as de coeur par un second as de coeur. Un joueur prend au hasard 3 cartes du jeu. Quelle est la probabilité qu'il s'aperçoive que le jeu est truqué ?

### 7 Bibliothèque

Un savant fou permute au hasard les 100 livres de sa bibliothèque. Quelle est la probabilité que les livres 1 et 2 se retrouvent côte à côte dans le bon ordre ?

### 8 Dés

On jette 3 dés non pipés. Calculer la probabilité

- 1) d'avoir au moins un 6.
- 2) d'avoir exactement un 6.
- 3) d'avoir au moins 2 faces identiques.
- 4) que la somme des points des 3 faces soit paire.

### 9 Logique

On considère des dés non pipés. Est-il plus probable d'obtenir au moins une fois un 6 en jetant 4 fois un dé, ou d'obtenir au moins une fois le double 6 en jetant 24 fois deux dés ?

### 10 Hamacs

4 marins ivres regagnent de nuit leur bateau. Quelle est la probabilité qu'aucun d'eux ne couche dans son propre hamac ?

## 11 Bridge

Le bridge se joue à 4 joueurs avec un jeu de 52 cartes. La main est de 13 cartes. Un des joueurs n'a pas d'as. Calculer la probabilité pour que son partenaire

- 1) ne possède aucun as.
- 2) possède au moins 2 as.

## 12 Devinette

Mon voisin a deux enfants dont une fille. Quelle est la probabilité que l'autre enfant soit un garçon ? Ma voisine a deux enfants. Le plus jeune est une fille. Quelle est la probabilité pour que l'aîné soit un garçon ?

## 13 Faux jetons

On dispose de 4 jetons  $A, B, C, D$  tels que  $A$  et  $B$  ont deux faces blanches,  $C$  a une face noire et une face blanche,  $D$  a deux faces noires. On tire un jeton au hasard et on ne voit que l'une de ses faces : elle est blanche. Calculer la probabilité pour que l'autre soit blanche ?

## 14 Girafes

En Afrique, la population de girafes est composée de 60% de femelles et 40% de mâles. 30% des femelles et 50% des mâles sont des girafes Masai. Quelle est la probabilité pour qu'une girafe Masai, choisie au hasard, soit une femelle ?

## 15 Indépendance

On lance 2 pièces parfaitement équilibrées et on considère les événements :

$A$  = "la première pièce donne un face",

$B$  = "la deuxième pièce donne un pile",

$C$  = "les 2 pièces donnent toutes les deux pile ou face".

- 1) Ces 3 événements sont-ils 2 à 2 indépendants ?
- 2) Ces 3 événements sont-ils indépendants dans leur ensemble ?

## 16 Chasseurs

Trois chasseurs tirent sur un oiseau. Quelle est la probabilité pour que l'oiseau soit touché, sachant que les probabilités de toucher l'oiseau sont, pour chaque homme :

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{2}{3}, P(C) = \frac{1}{4}.$$

## 17 Rouge et blanche

Un joueur s'amuse avec 2 urnes  $A$  et  $B$ . L'urne  $A$  contient 4 boules rouges et 2 blanches. L'urne  $B$  contient 2 boules rouges et 4 blanches. Le joueur choisit au hasard une des 2 urnes et y effectue une succession de tirages d'une boule avec remise. Quelle est la probabilité que la troisième boule tirée soit rouge sachant que les 2 premières l'étaient ?

## 18 Blanche et bleue

Un joueur dispose de 5 urnes. Deux urnes parmi les 5 contiennent chacune 2 boules blanches et une bleue. Une urne parmi les 5 contient 10 boules bleues. Les 2 urnes restantes contiennent chacune 3 boules blanches et une bleue. Le joueur choisit au hasard une des urnes et en extrait une boule. Quelle est la probabilité qu'elle soit blanche ?

## 19 Parapluie

On cherche un parapluie qui, avec une probabilité  $p$ , se trouve dans l'un quelconque des 8 étages d'un immeuble. On a fouillé en vain 7 étages. Quelle est la probabilité que le parapluie se trouve au 8<sup>e</sup> étage.