

Examen : Expériences simulées : Méthodes non intrusives

Mardi 4 Décembre 2018

Durée 1h15

Notes de cours manuscrites et calculatrices autorisées

Un système simple

On considère deux variables aléatoires X_1, X_2 . On suppose que X_1 suit une loi normale standard (de densité $f_{X_1}(x) := \exp(-x^2/2)/\sqrt{2\pi}$ ($x \in \mathbb{R}$)) et que X_2 suit la loi de Laplace (de densité $f_{X_2}(x) := \frac{1}{2}e^{-|x|}$ ($x \in \mathbb{R}$)). On considère la relation entrées-sortie

$$Y := \cos(X_1) \cos(X_2).$$

On rappelle les identités suivantes

$$\int_{\mathbb{R}} \exp(itx) f_{X_1}(x) dx = e^{-\frac{t^2}{2}}, \quad \text{et} \quad \int_{\mathbb{R}} \exp(itx) f_{X_2}(x) dx = \frac{1}{\pi(1+t^2)}, \quad (t \in \mathbb{R}),$$

$$\cos^2(\theta) = \frac{\cos(2\theta) + 1}{2}, \quad (\theta \in \mathbb{R}).$$

1. Calculer l'espérance et la variance de Y .
2. Donner la décomposition de Hoeffding de Y par rapport au variable X_1 et X_2 .
3. Calculer les trois indices de Sobol S_1, S_2 et $S_{1,2}$. Qu'en concluez-vous ?