

Interrogation écrite du 12 février 2014-Durée 30 minutes

Pour $\theta \in \mathbb{R}$, on considère la matrice

$$A_\theta := \begin{pmatrix} 1 - \theta & \theta \\ 3\theta & 1 - 3\theta \end{pmatrix}.$$

1. Montrer que 1 est toujours une valeur propre de A_θ . Donner un vecteur propre associé.
2. Sans calculer le polynôme caractéristique, donner la seconde valeur propre ainsi qu'un vecteur propre associé.
3. Calculer, pour tout t et θ de \mathbb{R} la matrice $\exp(tA_\theta)$.
4. Résoudre le système différentiel

$$\begin{cases} X'(t) = A_\theta X(t) \\ X(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ \theta \end{pmatrix} \end{cases}$$