

Examen du 3 Septembre 2010 de 10h à 11h

Aide mémoire d'une page autorisé. Les calculatrices sont autorisées.

1 Intégration

1) Calculer

$$I_1 := \int_0^{\pi/2} x^3 \cos(x) dx, \quad (1)$$

2) Calculer

$$I_2 := \int_0^{+\infty} x \exp(x^2/2) . \quad (2)$$

2 Séries

1) Pour quelles valeurs de $\alpha > 0$ la série de terme général $u_n = (1 + n^{15})^{-\frac{\alpha}{7}}$, ($n \in \mathbb{N}$) est-elle convergente ?

2) Soit ρ un réel donné. On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 1$ et

$$v_{n+1} = \rho + v_n, \quad (n \in \mathbb{N}).$$

Pour quelles valeurs de ρ la série de terme général $(\frac{v_n}{(n+1)^3})$ est-elle convergente ?

3) Montrer que les séries associées aux suites suivantes sont convergentes :

1. $u_n := \frac{\cos(\exp(n))}{n^7}$, ($n > 0$),

2. $u_n := \frac{\cos(n^4)\sqrt{n}}{n!}$, ($n > 0$),