

# Bureau d'étude 3

Proposé par F. Gamboa-LSP 05 61 55 64 15 <gamboa@cict.fr>

Le compte rendu de ce bureau d'étude est à remettre aux alentours du 1er juin 2006 par courriel. En cas de questions, envoyer un mail pour prendre un rendez-vous.

## Méthodes de vraisemblance pour le processus AR(1) gaussien

Le processus autorégressif d'ordre 1 (AR(1)) gaussien est l'un des modèles le plus simple de séries chronologiques. Une série chronologique (ou série temporelle) est une suite, indexée par  $\mathbb{N}$  (ou parfois par  $\mathbb{Z}$ ), de variables aléatoires non indépendantes. Les séries chronologiques permettent la modélisation stochastique de phénomènes temporels. Le processus AR(1) gaussien est défini de la façon suivante. On se donne d'abord une loi initiale  $\nu_0$ , un paramètre  $\theta^* \in ]-1, 1[$  et un écart-type  $\sigma_*$ . On dit alors que la série chronologique  $(X_n)$  est un AR(1) gaussien si  $X_0 \sim \nu_0$  et pour  $n \geq 0$

$$X_{n+1} = \theta^* X_n + \varepsilon_n, \quad (1)$$

où  $(\varepsilon_n)$  est une suite de variables i.i.d. de loi normale  $\mathcal{N}(0, \sigma_*^2)$ .

## Simulation de trajectoires

Simuler plusieurs trajectoires du processus AR(1) pour les valeurs du paramètre  $\theta^* = -1/2, 0, 1/2, \dots$  et pour plusieurs lois initiales : Bernoulli, gaussienne, Pareto,.. (prendre  $\sigma_* = 1$ ). Exprimer  $X_n$  à partir de  $X_0$  et de  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ . Quelle est la loi limite de  $X_n$ . Montrer expérimentalement, en utilisant le test d'ajustement de Kolmogorov, que cette limite en loi est bien correcte.

## Estimation de $\theta^*$

En utilisant l'indépendance de  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$  écrire la vraisemblance des observations et calculer l'estimateur du maximum de vraisemblance de  $\theta^*$ . Montrer expérimentalement que cet estimateur est consistant et asymptotiquement normal.

## Modélisation de l'évolution du CAC 40

Récupérer sur le WEB les données donnant l'évolution du CAC 40. Utiliser un modèle du type  $Y_n = a^* + X_n$  pour modéliser vos données.