

## Les probabilités au service des candidats télé

Vous jouez à un jeu télévisé dans lequel trois portes fermées s'offrent à vous. Une de ces portes contient un trésor, les deux autres contiennent une chèvre (!). Vous choisissez une de ces portes, et le présentateur, qui sait où se trouve le trésor, décide d'ouvrir une des deux portes restantes, une ne contenant bien sûr pas le trésor. Il vous propose alors de conserver ou de changer votre choix. Que faites-vous ?

Ce problème, appelé parfois problème de Monty Hall, est inspiré du jeu télévisé américain "Let's Make a Deal" datant des années 60 (adapté en France sous le nom du "Bigdil"). Le principe de l'émission reposait sur des confrontations entre les candidats et le présentateur permettant de maximiser leurs gains. Ce problème, quelque peu contre-intuitif, a alors engendré de nombreux désaccords entre des mathématiciens pourtant tout à fait respectables...

**Solution** : Plusieurs stratégies sont possibles. Soit vous conservez votre choix, soit vous tirez à pile ou face, soit vous changez de porte. Étudions ces différentes stratégies.

- *Stratégie n°1* : Vous conservez la porte choisie initialement.

Avant la décision du présentateur, vous avez une chance sur trois de tomber sur la porte contenant le trésor. L'ouverture d'une porte n'apporte rien, puisque vous conservez votre choix. Vous gagnez donc le trésor avec une probabilité de  $1/3$ .

- *Stratégie n°2* : Vous tirez à pile ou face.

Après la décision du présentateur, vous faites face à deux portes fermées, dont l'une contient le trésor, l'autre une chèvre. Le raisonnement (que l'on verra mauvais) consiste à dire qu'il y a autant de chance pour que le trésor soit derrière l'une ou l'autre de ces portes. Vous tirez alors à pile ou face pour savoir quelle porte choisir, et vous gagnez donc le trésor avec une probabilité de  $1/2$ .

- *Stratégie n°3* : Vous changez de porte.

Que passe-t-il alors si vous décidez de changer votre choix initial ? Vous aviez choisi une porte, le présentateur ouvre une des deux autres portes laissant alors apparaître une chèvre. On peut alors se demander pourquoi a-t-il ouvert cette porte, plutôt que l'autre, et porter nos soupçons sur l'autre porte restée fermée.

Appelons A, B, C les trois portes. On peut toujours supposer que le trésor se cache derrière la porte A (vous ne voyez pas le nom des trois portes).

choix initial	le présentateur ouvre une porte	vous changez de porte
A	B ou C	perdu!
B	C	gagné!
C	B	gagné!

Si vous aviez choisi la bonne porte au départ, ce qui arrive une fois sur trois, vous perdez. Mais si vous aviez choisi une mauvaise porte au départ, ce qui arrive deux fois sur trois, et que vous changez votre choix, vous gagnez le trésor. La stratégie de changer de porte vous donne donc une probabilité de  $2/3$  de gagner le trésor. C'est donc la bonne stratégie à adopter pour maximiser vos chances de repartir sans une chèvre...