Université Paul Sabatier – Toulouse III
L3 CBPS - Année 2011-2012
Mathématiques

Partiel de Mathématiques

Jeudi 10 novembre

Durée : 1h30

Exercice 1 1. Indiquer (on ne demande pas de faire le calcul !) l'expression de la décomposition en éléments simples de $F(s)$ et $G(s)$:

i) $F(s) = \dfrac{7s^4}{(s+1)^3(s^2-4s+5)(s^2-4s-5)}$

ii) $G(s) = \dfrac{2s^2+1}{(s^2+1)^2(s^2+4s+7)^2}$

2. i) Trouver a et b tels que $x^2+5x+7=(x+a)^2+b^2$.

ii) Soit $F(s) = \dfrac{2s-1}{s^2+5s+7}$. Trouver la fonction f telle que $F=\mathscr{L}(f)$.

Exercice 2 1. Effectuer les décompositions en éléments simples des fonctions F, G et H :

i) $F(s) = \dfrac{1}{s(s-1)^3}$

ii) $G(s) = \dfrac{1}{s^2(s-1)}$

ii) $H(s) = \dfrac{1}{(s-1)(s^2+4)}$

2. On considère l'équation différentielle

$$y''(t) - y'(t) = 3te^t + 1 + \cos(2t)$$

i) Trouver la solution y_1 de (E) vérifiant les conditions initiales $y(0)=y'(0)=0$.

ii) Trouver la solution y_2 de (E) vérifiant les conditions initiales $y(0)=4$ et $y'(0)=0$.

ii) Trouver la solution y_3 de (E) vérifiant les conditions initiales $y(0)=4$ et $y'(0)=-4$.

BARÈME APPROXIMATIF : 8 -12

Quelques rappels

Transformée des dérivées : Pour tout entier $n \geq 1$ on a :

$$(\bigstar\, n) \qquad \mathscr{L}\left(f^{(n)}\right) = s^n \mathscr{L}(f) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \ldots - s f^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)\,.$$

Les transformée de Laplace classiques :

$f(t)$	$F(s)$
1	$\dfrac{1}{s}$, $s > 0$
t	$\dfrac{1}{s^2}$, $s > 0$
t^n , $n \in \mathbb{N}$	$\dfrac{n!}{s^{n+1}}$, $s > 0$
e^{at}	$\dfrac{1}{s-a}$, $s > a$
$\cos(at)$	$\dfrac{s}{s^2+a^2}$, $s > 0$
$\sin(at)$	$\dfrac{a}{s^2+a^2}$, $s > 0$
$t^n e^{at}$	$\dfrac{n!}{(s-a)^{n+1}}$, $s > a$
$\cos(bt)e^{at}$	$\dfrac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$, $s > a$
$\sin(bt)e^{at}$	$\dfrac{b}{(s-a)^2+b^2}$, $s > a$