PARTIEL DE LOGIQUE

COURS 09PHI20 / J.-P. CALVI

1. Questions de cours

1. Modus ponens, modus tollens : définitions et exemples.
2. $\rightarrow$ et $\Rightarrow$.

2. Quantification

1. Symboliser la phrase suivante : "*les pommes et les poires sont excellentes et peu caloriques*" en utilisant x pour désigner un fruit quelconque, Ax pour 'x est une pomme', Bx pour 'x est une poire', Cx pour 'x est excellente' et Dx pour 'x est peu caloriques'. Justifier votre réponse.
2. Donner une simplification de la *négation* de la formule trouvée à la question précédente.

3. Logique des propositions

On définit un nouvel opérateur, noté "|", et appelé *barre de Sheffer*, par la table de vérité suivante :

p	q	$p \mid q$
V	V	F
F	V	V
V	F	V
F	F	V

1. Montrer que $(p \mid q) \iff \neg(p \wedge q)$.
2. Montrer par la méthode de son choix les équivalences suivantes

(1) $\neg p \iff (p \mid p)$,

(2) $(p \wedge q) \iff ((p \mid q) \mid (p \mid q))$.

3. Trouver une formule équivalente à $(p \vee q)$ qui fait *uniquement* intervenir l'opérateur $\mid$.
4. Expliquer et justifier l'affirmation suivante : il est théoriquement possible de construire la logique des propositions en utilisant uniquement la barre de Sheffer.
5. Trouver un autre opérateur ayant la même propriété.

Date: vendredi 21 janvier 2005. *Les exercices sont indépendants. Le barême (approximatif) est 1 : 5 pts, 2 : 3 pts, 3 : 6 pts et 4: 6 pts. Aucun document n'est autorisé.*

Licence de Philosophie (2-ième année), *Université de Toulouse Le Mirail (Toulouse II).* Année scolaire 2004-2005.

4. Déduction

1. Décomposer la déduction complexe suivante

$$(N \to O\,,(N\,\mathbf{ET}\,O) \to P\,,\,\mathbf{NON}(N\,\mathbf{ET}\,P)) \models \mathbf{NON}\,N$$

en une suite de déductions élémentaires prises dans l'ensemble suivant

(1) *modus ponens*,
(2) *modus tollens*,
(3) *transitivité des conditionnelles*,
(4) *Absorption* (lorsque on a $p \to q$ on peut déduire $p \to (p\,\mathbf{ET}\,q)$),
(5) *simplification* (de $p\,\mathbf{ET}\,q$ on peut déduire p),
(6) *addition* (si on a p on peut déduire $p\,\mathbf{OU}\,q$),
(7) *conjonction* (si on p et q on peut déduire $p\,\mathbf{ET}\,q$),
(8) *syllogisme disjonctif* (si on a $p\,\mathbf{OU}\,q$ et $\mathbf{NON}\,p$ on peut déduire q),

(Toutes ces déductions élémentaires ne seront pas nécessairement utilisées.)

2. Montrer en utilisant la technique des tables de vérité la déduction suivante

$$(N \Rightarrow O\,,(N \wedge 0) \Rightarrow P\,,\neg(N \wedge P)) \models \neg N.$$

Quel est le lien entre cette déduction et la précédente?