

XAVIER BRESSAUD
Professeur - Université Paul Sabatier (Toulouse 3).

DOSSIER DE CANDIDATURE

SOMMAIRE

1	PRÉSENTATION	2
2	CV	3
3	TRAVAUX	4
4	ENSEIGNEMENT	6
5	ENCADREMENT	7
6	ANIMATION SCIENTIFIQUE	8
7	RECHERCHE (RÉSUMÉ)	10
8	RECHERCHE	12
9	COMMUNICATIONS ORALES	19
10	MISSIONS	21
11	PARTICIPATIONS À DES COLLOQUES	22

INSTITUT DE MATHÉMATIQUES DE TOULOUSE
118, ROUTE DE NARBONNE
31062 TOULOUSE CEDEX 9

TEL : 09 81 61 23 37
FAX : 05 61 55 60 89
MEL : bressaud@math.univ-toulouse.fr

1 Présentation

Formation

- Après des études d'ingénieur à l'École Polytechnique, j'ai suivi une formation doctorale à l'Université Paris 6, en probabilités et systèmes dynamiques. J'ai rédigé ma thèse sous la direction de François Ledrappier sur une extension du **formalisme thermodynamique à un alphabet infini** en 1996.
- J'ai effectué deux années de post-doctorat à São Paulo (Brésil) de 1996 à 1998. J'ai obtenu en 2002 une année de détachement au CNRS que j'ai passée au CMM, à Santiago (Chili).

Enseignement

- J'ai commencé à enseigner à l'Université dans le cadre d'un monitorat. Depuis mon recrutement comme Maître de Conférences à l'Université Aix-Marseille 2, en 1998, j'ai enseigné à tous les niveaux universitaires. Je suis responsable depuis 2002 d'une unité de Master 2 et j'ai donné plusieurs cours de niveau doctoral à l'étranger.
- J'ai assuré pendant deux ans la **Présidence du Département de Mathématiques** de la Faculté des Sciences de Luminy.

Recherche

- J'ai effectué ma thèse et mes deux années de post-doctorat m'intéressant aux propriétés stochastiques des systèmes dynamiques dans une ambiance probabiliste. L'une de mes contributions importantes me semble être l'introduction et l'adaptation de la notion de **couplage au cadre des systèmes dynamiques** pour estimer leur vitesse de mélange. À Marseille, j'ai continué de développer des méthodes probabilistes pour l'étude des systèmes dynamiques : j'ai obtenu des théorèmes limites originaux pour des **systèmes dynamiques en mesure infinie**. Plus récemment, j'ai contribué à l'étude rigoureuse d'un système de particules modélisant certains systèmes critiques auto-organisés.
- Depuis mon recrutement à l'Institut de Mathématiques de Luminy, mon champ s'est élargi vers la dynamique symbolique en faible complexité, intégrant petit à petit une composante plus géométrique. Mes principales contributions sont une **caractérisation du spectre des systèmes linéairement récurrents**, systèmes minimaux décrits par une dynamique de renormalisation, et la mise au point d'**une forme normale pour les tresses** permettant d'identifier combinatoirement le bord des groupes de tresses. Mes travaux les plus récents concernent les liens entre **isométries par morceaux, substitutions et automorphismes de groupes libres**.

Encadrement

- J'ai soutenu mon Habilitation à Diriger des Recherches en novembre 2005 et entrepris une activité d'encadrement institutionnelle, TER et stages M2. J'ai commencé en 2006 l'encadrement d'une thèse et je dirige maintenant **trois doctorants**.

Animation scientifique

- J'ai consacré une fraction conséquente de mon temps à l'organisation de colloques, le plus important ayant certainement été **2001 l'Odyssée Dynamique**, et à l'organisation d'ateliers plus ciblés, ayant toujours en tête la constitution d'une communauté marseillaise autour du **projet transverse Dynamique-Groupes**. J'entretiens plusieurs collaborations nationales et internationales à travers réseaux, programmes de coopération et invitations (GDR, ANR, MAE, PAST, ...).

Xavier BRESSAUD

Né le 6 Juillet 1969 (38 ans)

Marié, 3 enfants

Expériences professionnelles

- 2008-... : Professeur à l'Université Paul Sabatier (Toulouse 3). Recherche à l'*IMT*.
- 2007-2008 : Délégué au *CNRS*.
- 2003-2008 : Maître de conférences à l'Université Aix-Marseille II. Recherche à l'*IML*.
- 2004-2006 : Président du Département de Mathématiques, Université Aix-Marseille II.
- 2002-2003 : Détaché au CNRS - *Centre de Modélisation Mathématique*, Santiago, Chili.
- 1998-2002 : Maître de conférences à l'Université Aix-Marseille II. Recherche à l'*IML*.
- 1996-1998 : Post-doc à l'*Instituto de Matemática e Estatística* de l'Université de São Paulo.
- 1993-1996 : Moniteur à l'Université Paris 6.

Titres universitaires

- 2005 : Habilitation à diriger des recherches (Université Aix-Marseille II).
TITRE : *Mélange et Mesures sur $\{0,1\}^{\mathbb{Z}}$. Hyperbolicité, Couplages, Induction.*
JURY : P. ARNOUX, F. BLANCHARD, F. COMETS, E. LESIGNE, A. VERSHIK, M. VIANA, J.C. YOCCOZ.
- 1996 : Thèse de Mathématiques (Université Paris 6).
TITRE : *Opérateurs de transfert sur le décalage à alphabet infini et applications.*
JURY : P. BOUGEROL, P. COLLET, Y. GUIVARC'H, F. LEDRAPPIER (DIRECTEUR), B. SCHMITT.
- 1993 : DEA "Probabilités et applications" (Université Paris 6).
- 1992 : Diplôme d'ingénieur (École Polytechnique).

Thèmes de recherche

- Théorie ergodique : Mélange, Vitesse de mélange, Théorèmes limites, Mesure infinie.
- Dynamique symbolique : Formalisme thermodynamique, Complexité, Automates.
- Mécanique statistique : Couplages, Mesures maximisantes, Systèmes de particules.
- Systèmes dynamiques géométriques : Hyperbolicité, Autosimilarité, Isométries par morceaux.
- Groupes hyperboliques, Marches aléatoires, Tresses, Automorphismes de groupes libres.

Communications

- Publications : 17 articles publiés.
- Exposés : 20 colloques internationaux, 55 séminaires (France: 40, Étranger: 15).
- Organisation de 5 colloques internationaux, 10 ateliers ou rencontres locales.

3 Travaux

References

Thèse de doctorat

- [1] Xavier Bressaud, *Opérateurs de transfert sur le décalage à alphabet infini et applications*. Thèse de l'Université Paris 6, 1996.

Habilitation à diriger des recherches.

- [2] Xavier Bressaud, *Mélange et Mesures sur $\{0,1\}^{\mathbb{Z}}$. Hyperbolicité, Couplages, Induction*. Habilitation à diriger des recherches, Université Aix-Marseille II, 2005.

Publications

- [3] Xavier Bressaud, *Subshift on an infinite alphabet*. **Ergodic Theory and Dynamical Systems** 19 (1999), no. 5, 1175–1200.
- [4] Xavier Bressaud, Roberto Fernández, Antonio Galves, *Speed of \bar{d} -convergence for Markov approximations of chains with complete connections. A coupling approach*. **Stochastic Processes and their Applications** 83 (1999), no. 1, 127–138.
- [5] Xavier Bressaud, Roberto Fernández, Antonio Galves, *Speed of decay of correlations for non Holderian dynamics. A coupling approach*. **Electronic Journal of Probability** 4 (1999), no. 3, 19 pp. (électronique).
- [6] Xavier Bressaud, Roland Zweimüller *Non exponential law of entrance times in asymptotically rare events for intermittent maps with infinite invariant measure*. **Annales Henri Poincaré** 2 (2001), 1–12.
- [7] Xavier Bressaud, Carlangelo Liverani, *Anosov Diffeomorphisms and coupling*. **Ergodic Theory and Dynamical Systems** 22 (2002), no. 1, 129–152
- [8] Xavier Bressaud, *Expanding interval maps with intermittent-like behaviour. Physical measures and scales of time*. **Discrete and Continuous Dynamical Systems** 11 (2004), no. 2-3, 517–546.
- [9] Xavier Bressaud, Fabien Durand, Alejandro Maass, *Necessary and sufficient conditions to be an eigenvalue for linearly recurrent dynamical Cantor systems*. **Journal of the London Mathematical Society** 72 (2005), no. 3, 799–816.
- [10] Xavier Bressaud, Alejandro Maass, Servet Martinez, Jaime San Martin) *Stationary processes whose filtrations are standard*. **Annals of Probability** 34 (2006), no. 4, 1589–1600.
- [11] Xavier Bressaud, Pierre Tisseur, *On a zero speed sensitive cellular automaton*. **Nonlinearity** 20 (2007), no. 1, 1–19.
- [12] Xavier Bressaud, Guillaume Poggiaspalla, *A tentative classification of bijective polygonal piecewise isometries*. **Experimental Mathematics** 16 (2007).
- [13] Xavier Bressaud, Anthony Quas, *Rate of approximation of minimizing measures*. **Nonlinearity** 20 (2007), no. 4, 845–853.

- [14] Xavier Bressaud, *A normal form for braids*. **Journal of Knots Theory and its Ramifications**, 17, No 6, pp 697–732, 2008.
- [15] Xavier Bressaud, Nicolas Fournier, *On the invariant distribution of a one-dimensional avalanche process*. **Annals of Probability**, **37**, No 1, pp 48–77, 2009
- [16] Xavier Bressaud, Fabien Durand, Alejandro Maass, *Eigenvalues of finite rank Bratteli-Vershik dynamical systems*. A paraître dans la revue **Ergodic Theory and Dynamical Systems** 2009.
- [17] Xavier Bressaud, Nicolas Fournier, *Asymptotics of one-dimensional forest fire processes*. A paraître dans la revue **Annals of Probability** 2010.
- [18] Xavier Bressaud, Pascal Hubert, Alejandro Maass, *Persistence of wandering intervals in self-similar affine interval exchange transformations*. A paraître dans la revue **Ergodic Theory and Dynamical Systems** 2009.
- [19] Pierre Arnoux, Julien Bernat , Xavier Bressaud, *Geometric models for substitutions*. A paraître dans la revue **Experimental Mathematics** 2010.

Autres documents

- [20] Xavier Bressaud, *Mixing properties of multidimensionnal continued fractions*. (avec Arnaldo Nogueira). Prépublication de l’Institut de Mathématiques et de Statistiques, USP (1998).
- [21] Xavier Bressaud, *Ergodic theorems for group (or semi-group) actions*. (avec Véronique Maume-Deschamps). Prépublication de l’Institut de Mathématiques de Bourgogne (2002).

4 Enseignement

Depuis la période de ma thèse, j'ai enseigné à tous les niveaux universitaires, le plus souvent les probabilités en filières MASS et MATHS/INFO, mais pas exclusivement. En général, le format a été celui de cours/TD intégrés. Je suis responsable depuis 2002 de l'unité *Combinatoire des mots* du M2 Recherche MATHÉMATIQUES DISCRÈTES ET FONDEMENTS DE L'INFORMATIQUE (MDFI).

	L1	L2	L3	M1	M2
1998/99	PROBABILITÉS	PROBABILITÉS STATISTIQUES	ANALYSE		
1999/00	PROBABILITÉS	PROBABILITÉS STATISTIQUES	ANALYSE		
2000/01	PROBABILITÉS	PROBABILITÉS	PROBA/STAT ANALYSE		
2001/02	PROBABILITÉS	MATHS DE BASE	PROBA/STAT		COMB. MOTS
2003/04	PROBABILITÉS			PROBABILITÉS GROUPE	COMB. MOTS
2004/05		PROBABILITÉS			COMB. MOTS
2005/06		PROBABILITÉS			COMB. MOTS
2006/07	PROBABILITÉS				COMB. MOTS THÉO. ERGO.
2008/09		PROBA/STAT	PROBABILITÉS	PROBABILITÉS	

Hors Université

- Novembre 2007 : Cours d'*algèbre linéaire* dans le cadre du master de mathématiques organisé par le CIMPA à l'Université Royale de Phnom Penh (Cambodge).
- Octobre 2007 : Cours de niveau doctoral sur la *dynamique symbolique*, école thématique sur les systèmes dynamiques non linéaires, IISc, Bangalore (Inde).
- Octobre 2005: Cours de doctorat : *Combinatoire des mots*, Université de Sfax (Tunisie).
- Mars 2003 : Cours de doctorat : *Mesures de Gibbs*, CMM, Santiago (Chili).

Diffusion de la culture scientifique

Travail de vulgarisation autour du thème *Noeuds et Tresses* :

- Animation publique à la cité des sciences et de l'industrie de la Villette (Paris).
- Stages Hippocampe-Maths (3 jours) à destination d'une classe de lycée, IREM, Marseille.
- Ateliers Mathématiques, jeune public, Agora des Sciences, Marseille.

Responsabilités administratives

- Entre septembre 2004 et 2006, j'étais **Président du Département de Mathématiques** de la Faculté des Sciences de Luminy, jouant un rôle de coordination entre le personnel du département (30 enseignants-chercheurs et 2 secrétaires) et l'administration de la Faculté (6 départements). Les tâches afférentes étaient variées : fonctionnement quotidien du département, participation au bureau de faculté, budget et comptabilité courante, politique pédagogique, recrutement et politique scientifique, représentation des mathématiques au sein de la Faculté de de l'Université, articulation de l'enseignement des mathématiques à l'échelle de Marseille, en particulier dans le cadre du "passage au LMD".
- Membre de la commission de spécialistes 25/26 de l'Université Aix-Marseille 2 depuis 2003.
- Responsable "Sciences" de la Licence MASS (60 étudiants) en 2001/02.

5 Encadrement

Depuis que j'ai soutenu mon Habilitation à Diriger des Recherches en novembre 2005, j'ai commencé une activité d'encadrement institutionnelle. Cette composante nouvelle de mon travail me paraît à la fois importante et passionnante.

Stages Master 1

- En 2005, j'ai encadré un stage de recherche de 6 mois effectué par Franck Bellegarde (DU Premice) sur les "isométries par morceaux de la sphère".
- Depuis 2005, j'ai encadré différents stages TER : "Modèle probabiliste d'avalanches", "Percolation", "Groupes de tresses", "Modélisation du trafic routier", "Pourquoi les bus numéro 21 passent-ils par groupes de 2 ?".

Stages Master 2 Recherche

- En 2005, avec Pascal Hubert, nous avons encadré le stage de M2R MDFI de Muriel Audinet sur les échanges affines d'intervalles.
- En 2006, j'ai encadré les stages de M2R MDFI de Yann Jullian sur les "substitutions d'arbres" et d'Abdelbasset Hasni sur la "structure combinatoire des sphères d'un groupe hyperbolique", ainsi que le stage de L3 (ENS Lyon) de Pierre Lefèvre sur un "plongement d'un arbre dans un fractal de Rauzy".
- En 2007, j'ai encadré les stages de M2R MDFI de Marie-Claire Fournier sur le "casse-briques", celui de Paul Kenji Cahier sur les "billards à bord fractal", le stage de M2R Mathématiques de Jean- Francois Bertazzon sur les "isométries par morceaux du plan", ainsi que le stage théorique (Ecole Centrale Paris) de Emmanuel Vincent sur les liens entre "fractal de Rauzy et arbres réels".
- En 2008, avec Pascal Hubert, j'ai encadré le stage de M2R Mathématiques de José Luis Gonzalez sur les "échanges d'intervalles auto-similaires avec des valeurs propres de module 1".
- En 2009, j'ai encadré le stage de M2R (Mathématiques Appliqués) d'Alice Gaertig sur certains "Modèles de feux de forêts"

Doctorats

- Depuis septembre 2006, j'encadre la thèse de doctorat de Yann Jullian sur les "substitutions d'arbres". La notion d'arbre auto-similaire apparaît naturellement dans différents contextes, en particulier lors de l'étude d'automorphismes de groupes libres. Pour développer une théorie combinatoire (analogue à celle des substitutions pour les mots), Yann Jullian a exploré plusieurs définitions possibles et commence à disposer d'un corpus de résultats (existence de points fixes, convergence vers un arbre réel limite, ...) dans un cadre un peu général. Yann Jullian a soutenu sa thèse en juillet 2009.
- Depuis septembre 2007, j'encadre la thèse de doctorat de Marie-Claire Fournier sur le "casse-briques". Il s'agit d'une famille de systèmes dynamiques (inspirés du jeu éponyme), généralisant les billards polygonaux sur des surfaces plates, que nous avons définis ensemble. Leurs premières propriétés soulèvent d'intéressantes difficultés combinatoires.

- Depuis septembre 2007, je co-encadre (avec Serge Troubetzkoy) la thèse de doctorat de Jean-François Bertazzon sur la “récurrence multiple et les nil-systèmes”. A partir des travaux de pionniers de Furstenberg et de travaux plus récents de Host, Kra et Ziegler, Jean-François Bertazzon aborde les questions de récurrence multiple dans l’optique de construire des modèles symboliques pour les nil-systèmes.
- Depuis septembre 2008, je co-encadre (avec Pascal Hubert) la thèse de doctorat de José Luis Gonzalez sur les “échanges d’intervalles auto-similaires avec des valeurs propres de module 1”.
- Depuis septembre 2009, j’encadre la thèse de doctorat d’Alice Gaertig sur la “Modélisation des feux de forêts”.

6 Animation Scientifique

Depuis la fin de ma thèse, et surtout depuis mon arrivée à Marseille, j'ai consacré une fraction conséquente de mon temps à l'organisation de rencontres scientifiques. C'est avant tout un moyen d'entretenir des interactions locales, entre les différents sites marseillais comme entre des champs différents des mathématiques. Ces événements sont aussi l'occasion de confronter notre communauté à l'environnement national et international.

J'ai ainsi participé activement à l'interaction entre trois laboratoires marseillais, l'IML, le CPT et le LATP, tout d'abord par l'organisation de groupes de travail et d'un séminaire commun. L'organisation de la session résidentielle 2001, *l'Odyssée Dynamique* et la mise en place de *semestres thématiques*, puis la constitution du groupe de travail BGMA ont contribué à renforcer ces interactions et les ont ouvertes à la géométrie des groupes. La constitution d'un dictionnaire dynamique symbolique / géométrie des groupes, la mise en place cette année d'un séminaire destiné aux étudiants en dynamique et le travail commun effectivement réalisé sont les fruits de cette implication dans la vie scientifique marseillaise ; la naissance du projet transverse *Dynamique-Groupes* de la FRUMAM, les nombreux ateliers sur des thèmes ciblés, le séminaire *Teichmüller* ou la rencontre annuelle *Systèmes Dynamiques - Porquerolles* en sont des conséquences visibles.

Colloques internationaux

- Participation à l'organisation de l'**Escola Brasileira de Probabilidade II**, Barra do Sahi, Brésil, août 1998, 1 semaine, 60 participants. Seconde édition d'une école de probabilités mise en place par la communauté brésilienne dont la 12ème s'est tenue en août 2008.
<http://www.ime.usp.br/ebp/>
- Organisation de la rencontre **Temps de Retour, Entropie et Complexité**, CIRM, mars 2000, avec Sandro Vaienti, 80 participants, école thématique suivie de 3 jours de conférences. Confrontation de probabilistes, dynamiciens et combinatoriciens autour d'une problématique commune.
http://www.cirm.univ-mrs.fr/list_rencontre/archives/Rencontres2000/Bressaud2000.html
- Participation à l'organisation de la session résidentielle **2001, l'Odyssée Dynamique**, CIRM, février 2001, 200 participants, 5 semaines. Les chercheurs s'intéressant aux systèmes dynamiques étaient invités à venir travailler au CIRM, centrant leur séjour sur la semaine thématique la plus proche de leurs intérêts. Durant les deux premières semaines étaient proposées des séries de cours spécialisés. Au long des 5 semaines, des conférences étaient mises en place à la demande des participants. Cette initiative originale fut reprise par la communauté marseillaise et de telles sessions sont organisées chaque année sur un thème représenté à Marseille.
http://www.cirm.univ-mrs.fr/liste_rencontre/archives/Rencontres2001/Vaienti01.html
- Participation à l'organisation de la conférence **Piecewise Isometries**, IML, mai 2002, 2 semaines, 40 participants. L'une des premières conférences internationales sur le sujet.
<http://math.sfsu.edu/goetz/conference/pi/>
- Organisation de la conférence **Multidimensional Non Uniformly Hyperbolic Dynamical Systems**, CIRM, mai 2004, avec Sandro Vaienti, 1 semaine, 70 participants. La conférence réunissait certains des meilleurs spécialistes du domaine ; elle était précédée d'une école thématique sur la théorie ergodique.
http://www.cirm.univ-mrs.fr/liste_rencontre/archives/Rencontres2004/Vaienti04/Vaienti04.html

Séminaires et groupes de travail

- Coordination du séminaire hebdomadaire du groupe *Phénomènes critiques dans les processus évolutifs et les systèmes en équilibre* (IME, São Paulo) (1997/98). Probabilités.
- Mise en place du groupe de travail transverse *Temps de retour* en septembre 1999. (avec Pierre Picco, CPT, et Pierre Mathieu, LATP), $\cong 10$ participants pendant un an. Interactions Probabilités / Systèmes Dynamiques. Mensuel.
- Mise en place et organisation du séminaire *Dynamique À Marseille et Environ* (2001), mensuel, à l'EHESS (Vieille Charité, Marseille), $\cong 20$ participants pendant un an. Un invité et un marseillais : deux exposés sur un sujet de dynamique.
- Mise en place du groupe de travail FRUMAM *Bords de Groupes et Marches Aléatoires* (BGMA) en septembre 2001. (avec Jérôme Los et Pierre Mathieu, LATP). Interactions Probabilités / Théorie ergodique / Géométrie des groupes, jusqu'à 30 participants, fonctionnement régulier pendant trois ans. BGMA a servi de point de départ à l'organisation de plusieurs autres activités FRUMAM.

Ateliers

- Atelier *Propriétés spectrales des systèmes adiques*, 20 p., 3 j. , CIRM, janvier 2005.
- Ateliers *Substitutions et automorphismes de groupes libres*, 30 p., 1 s., CIRM, avril 2005 et juin 2006, avec Arnaud Hilion et Anne Siegel.
- Journée *Dynamique et Probabilités*, IML, 40 p., 1 j., novembre 2005, à la suite de ma soutenance d'habilitation.
- Rencontre de l'ANR *Théorie Ergodique en Mesure Infinie*, 10 p., 3j., CIRM, mai 2007.
- Rencontres *Systèmes dynamiques - Porquerolles*, tous les ans au mois de juin, de 2000 à 2008. Cette réunion régulière d'une fraction des dynamiciens marseillais dans un cadre informel permet de faire le point chaque année et de lancer de nouvelles thématiques.

Autres responsabilités

- Responsable scientifique "Théorie ergodique" pour les rencontres *Jeunes Probabilistes et Statisticiens* (Aussois, 2002, 2004 et 2006).
- Édition des actes de la rencontre *Multidimensional Non Uniformly Hyperbolic Dynamical Systems* (mentionnée ci-dessus) dans la revue *Discrete and Continuous Dynamical Systems* sous le titre *Ergodic theory and non-uniform dynamical systems* (DCDS. 15, 2006).

Implication locale, nationale et internationale

- Membre de l'équipe *Dynamique, Arithmétique et Combinatoire* (DAC) de l'IML.
- Membre du projet *Dynamique-Groupes* de la FRUMAM (Fédération des Unités de Recherche en MATHématiques de Marseille).
- Membre du projet ANR *Théorie Ergodique en Mesure Infinie* (TEMI) , 30%.
- Membre du GDRE GREFI-MEFI, du GDR ALEA et du GDR TRESSES .
- Membre de l'EURTN *Conformal Structures and Dynamics* (CODY).
- Implication dans le programme *Probabilistic Methods In Non-Hyperbolic Dynamics* (PRO-DYN) de l'ESF de 1998 à 2002.
- Participation à différents programmes de coopération : Russie (MAE), Tunisie (CMCU), Brésil (COFECUB), Chili (ECOS sud), Inde (IFIM), Cambodge (CIMPA), Thaïlande (PHC).

7 Recherche (Résumé)

Mes premiers travaux ont porté sur l'analyse des propriétés statistiques de systèmes dynamiques symboliques en fonction de leurs propriétés de mélange. Depuis mon arrivée à Marseille mon champ s'est étendu vers l'étude de systèmes dynamiques moins désordonnés, décrits en particulier à l'aide de techniques d'induction/renormalisation et ouvrant des perspectives plus géométriques. Les systèmes dynamiques discrets restent incontestablement au centre de mes préoccupations et compétences. Et parmi eux, le décalage sur $\{0, 1\}^{\mathbb{Z}}$ joue un rôle de pivot avec ses mesures invariantes, leurs propriétés de mélange et la manière dont il code des systèmes géométriques ou le bord d'un groupe.

Mais, avant tout, c'est l'interaction entre des champs différents qui attise ma curiosité et donne son sens à la plus grande partie de mon travail. J'ai consacré du temps à comprendre comment s'articulent le langage des systèmes dynamiques (théorie ergodique, systèmes différentiables) avec celui des probabilités (mécanique statistique, processus stochastiques) et, plus récemment, ceux de la géométrie (laminations, surfaces de translation) et de la géométrie des groupes (groupes hyperboliques, actions sur des arbres) avec celui de la dynamique symbolique. Ainsi, c'est à l'interface entre plusieurs problématiques que j'aime travailler. Les quelques lignes suivantes tentent de situer mes travaux dans quelques grandes catégories, en évoquant les sujets auxquels je me suis intéressé, avant une présentation plus détaillée de mes contributions.

Théorie ergodique.

Les propriétés de *mélange* jouent un rôle clef dans la classification des systèmes dynamiques ergodiques. Dans [9], nous complétons un critère établi par Durand, Host et Maass pour vérifier le mélange *faible* d'une classe de systèmes dynamiques *minimaux*, montrant que les comportements possibles sont plus riches que ce qui avait été conjecturé. Dans [16], nous étudions une classe plus grande et montrons que le résultat ne peut être généralisé directement. A l'opposé, sous des hypothèses géométriques (*hyperbolicité*), on peut montrer le *mélange fort* et estimer la *vitesse de mélange* pour montrer des théorèmes limites. J'ai exploré les limites des méthodes existantes, en particulier en présence d'un défaut de compacité dans [1], [3] et [22], ou d'un défaut de régularité dans [5]. Une des idées clefs a été l'utilisation de techniques de *couplage* inspirées d'un cadre plus probabiliste, d'une part dans un cadre symbolique [5], d'autre part directement sur le difféomorphisme initial [7]. Dans le cadre de la théorie ergodique en mesure infinie, les propriétés de mélange sont plus délicates à formaliser. J'ai cependant obtenu une série de théorèmes limites originaux pour des systèmes dynamiques en mesure infinie [6,8].

Mécanique statistique.

Bowen, Sinai et Ruelle ont développé le *formalisme thermodynamique* pour exploiter les analogies entre les systèmes dynamiques hyperboliques et les *mesures de Gibbs* associées à un potentiel de la mécanique statistique. Pour utiliser cette correspondance dans un cadre plus vaste j'ai étendu le formalisme thermodynamique, d'abord au cas d'un alphabet infini dans [1,3], puis au cas de potentiels avec des interactions à longue portée (*chaînes d'ordre infini*) [4,5,10]. L'utilisation de la distance \bar{d} d'Ornstein et la définition d'un couplage original nous a permis d'obtenir des résultats très précis : vitesse d'approximation par des chaînes de Markov [4], vitesse de décroissance des corrélations [5], simulation parfaite et caractère *standard* (au sens de Vershik) des filtrations engendrées [10]. Les résultats de [13] concernent les mesures maximisant un potentiel régulier (on peut penser à des mesures de Gibbs à très basse température). Nous donnons une estimation optimale de la vitesse à laquelle elles sont approchées par des mesures périodiques, répondant à une question soulevée par Yuan et Hunt. Dans [15], nous étudions la

mesure invariante d'un *système de particules* inspiré par les systèmes critiques auto-organisés, pour lesquels il existe aussi des modèles utilisant des systèmes dynamiques, entreprenant ainsi l'étude rigoureuse de modèles sur lesquels existaient surtout de nombreuses études heuristiques.

Géométrie.

La dynamique symbolique est apparue avec le codage par Morse de géodésiques du plan hyperbolique. D'une part la géométrie impose des contraintes qui doivent être comprises en termes symboliques. D'autre part, se pose la question de représentation géométrique d'un système symbolique. La forte activité actuelle de l'étude des *échanges d'intervalles* en lien avec l'action de $SL(2, \mathbb{R})$ sur les *surfaces de translation* en particulier à l'aide de l'*induction de Rauzy* (Veech, Avila, Forni, Viana) est une illustration plus récente de cette interaction de la dynamique symbolique avec la géométrie. Dans l'article [12], nous proposons une étude systématique d'isométries par morceaux du plan généralisant les échanges d'intervalles. L'objectif est de définir une induction permettant de développer, en dimension 3, une théorie analogue. Dans [17] nous établissons un critère effectif pour la semi-conjugaison d'échanges d'intervalles *affines* autosimilaires. Dans [14], les groupes de tresses sont étudiés par le biais de leur action sur le groupe fondamental du disque pointé et la forme normale proposée s'interprète en termes de feuilletages. Dans [18], nous construisons des représentations géométriques pour des substitutions. Les travaux en cours, [19] sur les *isométries par morceaux du plan hyperbolique*, et [20] concernant les propriétés d'*arbres réels* associés à certains *automorphismes de groupes libres* abordent sous différents angles la même problématique.

Géométrie des groupes.

Les *groupes hyperboliques* (au sens de Gromov) agissent sur leur bord topologique. J'ai abordé ces objets dans le travail [23] dans le but d'obtenir des théorèmes ergodiques pour ce type d'action. Les *marches aléatoires* sur les groupes discrets permettent de construire des compactifications — qui coïncident avec le bord topologique dans le cas hyperbolique. C'est dans cet esprit que je me suis intéressé aux marches aléatoires sur les *groupes de tresses* — qui ne sont pas hyperboliques, mais presque. La forme normale présentée dans [14] se révèle intéressante aussi d'un point de vue algébrique. Les *automorphismes de groupes libres* sont des objets très proches des substitutions et les méthodes “dynamiques” semblent pouvoir aider à mieux les comprendre. C'est cette perspective que je développe dans [20]. Notons aussi qu'on peut espérer décrire le bord du groupe des automorphismes d'un groupe libre par les méthodes utilisées dans [9,16]. Le comportement des isométries par morceaux du plan hyperbolique étudiées dans [19] dépend cruciallement de la nature des sous-groupes du groupe des homographies engendrées par deux éléments.

Algorithmique / Combinatoire.

La notion d'*automate* et les questions de *complexité* de la combinatoire des mots relie la dynamique symbolique à l'informatique théorique. La description des systèmes minimaux utilisée dans [9] et [16], les objets combinatoires associés à un échange d'intervalles dans [18], la construction d'un arbre réel associé à une substitution entreprise dans [20] ainsi que les techniques utilisées dans [13] relèvent de ce registre. La forme normale pour les groupes de tresses introduite dans [14] est aussi décrite à l'aide d'un algorithme de ré-écriture aux airs de *Tetris*. D'une manière assez différente, les automates cellulaires intéressent certains informaticiens et l'exemple construit dans [11] répond à une question informatique soulevée par Wolfram. Mentionnons enfin certains aspects arithmétiques : systèmes de numération liés à certaines substitutions [18,20], algorithmes de fractions continues multidimensionnels [22], rotations discrètes et translations par morceaux dans des réseaux associées à certaines isométries par morceaux [12,18].

8 Recherche

Cette section est consacrée à une présentation plus précise de mes travaux publiés et en cours, placés dans leur contexte.

Systèmes dynamiques

Mesures invariantes. Soit X un espace topologique. On le munit de la tribu borélienne \mathcal{B} . Un système dynamique discret (X, \mathcal{B}, T) est une application mesurable $T : X \rightarrow X$. Il est dit *minimal* si toutes les orbites sont denses. Une mesure μ sur X est *invariante* par T si elle satisfait, pour tout borélien $B \in \mathcal{B}$,

$$\mu(T^{-1}B) = \mu(B).$$

L'existence d'une mesure invariante est garantie sous des hypothèses générales (par exemple T continue et X compact). On note $\mathcal{M}_T(X)$ l'ensemble des mesures invariantes. Un système est dit *uniquement ergodique* s'il n'admet qu'une mesure invariante. Plus généralement, si l'ensemble $\mathcal{M}_T(X)$ est fini, l'étude du système sous chacune de ces mesures invariantes permet de décrire complètement le système. En revanche, lorsque cet ensemble est plus gros — c'est le cas en particulier si le système “contient” beaucoup de sous-systèmes, ce qui risque de se produire s'il est très désordonné — il convient de classer les mesures invariantes, par exemple, selon des critères géométriques ou des critères physiques.

Un point de vue consiste à partir d'une mesure “naturelle”, par exemple le volume si X est une variété et T est différentiable ; une mesure invariante absolument continue par rapport à la mesure naturelle décrira alors bien le comportement asymptotique des orbites “typiques” pour la mesure naturelle.

Le point de vue du *formalisme thermodynamique* issu de la mécanique statistique consiste à choisir un *potentiel*, fonction réelle sur X , et à s'intéresser aux mesures invariantes qui maximisent une fonctionnelle (l'intégrale du potentiel, l'entropie ou un compromis entre les deux). On peut exprimer cette condition variationnelle en termes de mesures conditionnelles ; on peut aussi voir ces mesures comme celles qui sont simultanément invariantes par une autre dynamique.

Dynamique symbolique. Le *décalage* (ou shift) sur $\tilde{X} = \mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ muni de la topologie engendrée par les cylindres est l'application : $\tilde{T} : (x_n)_{n \geq 0} \mapsto (x_{n+1})_{n \geq 0}$. Dès que $|\mathcal{A}| > 1$, il n'est pas minimal (les orbites périodiques ne sont pas denses). Il n'est pas non plus uniquement ergodique : parmi les mesures invariantes pour le shift on peut distinguer les mesures portées par les orbites périodiques, les mesures produits sur $\mathcal{A}^{\mathbb{N}}$, les mesures de Markov et les mesures de Gibbs. Un sous-shift est un sous-ensemble \mathcal{S} fermé de $\mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ invariant par $\tilde{T} : \tilde{T}^{-1}(\mathcal{S}) = \mathcal{S}$. On peut trouver en particulier des sous-shifts sur lesquels le décalage est minimal, voire uniquement ergodique. Ce système est suffisamment riche pour décrire la plus grande partie des systèmes (X, T) qui vont nous intéresser par le biais d'un *codage* : si \mathcal{P} est une partition mesurable de X indexée par un alphabet fini \mathcal{A} , l'application φ qui à un point $x \in X$ associe la suite de $\mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ des indices des éléments de \mathcal{P} auxquels appartiennent les points $T^n(x)$ pour $n \geq 0$ transfère la dynamique sur le décalage : $\tilde{T} \circ \varphi = \varphi \circ T$.

Induction. Soit (X, T) un système dynamique et A une partie de X . Pour tout $x \in X$, on appelle *temps d'entrée dans A* l'entier

$$\tau_A(x) = \inf\{n > 0 : T^n(x) \in A\}.$$

Si $x \in A$, on parle aussi de *temps de retour*. On appelle *application induite* de T sur A , ou application de premier retour, l'application $T_A(x) = T^{\tau_A(x)}(x)$. Autrement dit, on associe à un point $x \in A$ le premier de ses itérés qui est dans A . Cela revient en quelque sorte à “accélérer” l'application pour ne retenir que les passages du système dans l'ensemble A . Notons que si μ est une mesure invariante finie et si $\mu(A) > 0$, τ_A est fini μ -presque sûrement sur A .

Sommes ergodiques et mélange. En général, la suite $T^n(x)$ dépend bien sûr fortement de x et ne converge pas. On définit un opérateur en posant $Uf = f \circ T$ et on s'intéresse aux suites $U^n f = f \circ T^n$ pour des fonctions f bien choisies. Un point de vue fructueux est d'étudier le comportement asymptotique des suites —appelées *sommes ergodiques* :

$$S_n(f) = \sum_{i=0}^{n-1} f \circ T^i.$$

Un système (X, T, μ) est *ergodique* si et seulement si pour tout $B \in \mathcal{B}$, $T^{-1}B = B$, mod $\mu \Rightarrow \mu(B) = 0$ ou $\mu(B^c) = 0$. Le *théorème ergodique* assure que, si le système est ergodique et la mesure μ finie, alors, pour toute fonction $f \in L^1(\mu)$ les sommes ergodiques renormalisées convergent presque sûrement vers l'intégrale de f :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f \circ T^i \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \int_X f d\mu, \mu - \text{ps.}$$

Les propriétés de *mélange* du système décrivent le comportement asymptotique des *corrélations* $\mu(f \circ T^n g)$. L'ergodicité assure que ces quantités convergent en moyenne vers le produit $\mu(f)\mu(g)$, pour toutes fonctions f et g dans $L^2(\mu)$. Le *mélange faible* correspond à une convergence en moyenne quadratique, le *mélange fort* à une convergence simple. Ces propriétés se lisent sur le spectre de l'opérateur unitaire U agissant sur $L^2(\mu)$. On peut définir d'autres propriétés de mélange en précisant le mode de convergence, obtenant ainsi des renseignements qualitatifs sur l'indépendance asymptotique du système, mais qui ne permettent pas d'obtenir de théorèmes limites plus précis que le théorème ergodique. On voudrait pourtant pouvoir comparer les sommes ergodiques à des sommes de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées.

Théorèmes limites.

Pour des systèmes satisfaisant la propriété de mélange fort, on s'intéresse à la vitesse de décroissance des corrélations (*vitesse de mélange*) dont le calcul effectif permet d'obtenir des théorèmes limites pour les sommes ergodiques correspondantes : théorème central limite, estimées de grandes déviations, lois de temps de retour dans des suites d'événements asymptotiquement rares, ...

Formalisme Thermodynamique. Un corpus de techniques existait —c'est le cadre *hyperbolique*— pour tirer de propriétés géométriques des conséquences statistiques : des conditions de régularité et de dilatation / contraction uniforme permettent un codage markovien du système et l'utilisation du formalisme thermodynamique. On ramène ainsi le système à un sous-shift sur un alphabet fini ; les mesures invariantes naturelles du point de vue géométrique correspondent aux mesures de Gibbs associées au potentiel $\phi = -\log(DT)$. La vitesse de mélange est reliée au spectre d'un opérateur d'espérance conditionnelle (*opérateur de transfert*) agissant sur des espaces fonctionnels bien choisis, dont on montre qu'il est quasicompact ; typiquement, cela permet de montrer que la vitesse de la convergence est exponentielle pour des fonctions

hölderiennes. Ce cadre est aussi celui des chaînes d'ordre infini, famille de processus discrets à longue mémoire généralisant les chaînes de Markov. Mes premiers travaux, dans [1,3] (puis dans [22], avec Arnaldo Nogueira), ont consisté à adapter ce formalisme au cas où l'alphabet est infini. Nous avons ensuite, avec Roberto Fernández et Antonio Galves, étudié les conséquences d'un défaut de régularité [4, 5].

Couplages. Une des idées clefs a été l'utilisation de techniques de *couplage* inspirées d'un cadre plus probabiliste ; introduite d'abord dans [4] pour comparer des mesures de Gibbs à des mesures markoviennes, elle nous a permis dans [5] d'estimer la vitesse de mélange pour des dynamiques non hölderiennes. Ce couplage permet aussi de donner un algorithme de *simulation parfaite* des processus considérés. Cela nous a permis, avec Alejandro Maass, Servet Martinez et Jaime San Martin, d'obtenir dans [10] un critère effectif pour vérifier le caractère *standard* des filtrations engendrées par les chaînes d'ordre infini : sous une condition de régularité relativement faible, elles sont isomorphes à une filtration produit.

Cette approche probabiliste laissant espérer une adaptation plus flexible que les méthodes traditionnelles à des situations "moins" hyperboliques, nous avons cherché à l'appliquer directement dans un cadre géométrique, sans passer par le formalisme thermodynamique. C'est le sens de l'étude des propriétés statistiques des difféomorphismes d'Anosov que nous avons réalisée avec Carlangelo Liverani [7]. L'idée est de comparer l'évolution de deux densités initiales sous l'action de la dynamique en construisant un couplage des deux mesures correspondantes. Le couplage est effectué de telle manière que l'on contrôle la vitesse à laquelle se rapprochent deux points choisis au hasard sous cette mesure.

Mesures infinies. Dans le cadre de la théorie ergodique en mesure infinie, on perd le théorème ergodique et les propriétés de mélange sont plus délicates à formaliser. Dans le cas d'applications dilatantes de l'intervalle, c'est la présence d'un point fixe indifférent qui peut mettre en cause l'hyperbolicité du système. Dans des exemples classiques (Pommeau-Manneville, Wang), cela fait apparaître deux mesures invariantes naturelles. L'une est limite des mesures orbitales mais ne décrit pas le système de manière satisfaisante (elle est concentrée sur une partie de l'espace plus souvent visitée). L'autre est absolument continue par rapport à la mesure de Lebesgue et peut être vue comme limite faible de sommes ergodiques, mais elle n'est pas finie. Je me suis intéressé à ce type de systèmes de deux manières. D'une part, en calculant, avec Roland Zweimüller [6], la loi limite de temps d'entrées dans certaines suites d'événements asymptotiquement rares. La loi exponentielle apparaissant dans le cadre hyperbolique est remplacée par une loi "heavy tail". D'autre part, en construisant une famille d'exemples d'applications dilatantes de l'intervalle pour lesquelles peuvent apparaître plus de deux mesures physiques, correspondant à des échelles de temps différentes [8]. Pour ces exemples, j'obtiens, aux échelles de temps intermédiaires, des théorèmes limites tout à fait inhabituels en théorie ergodique.

Systèmes spatialement étendus.

Pour le codage des systèmes dynamiques, le décalage joue le rôle du temps. Dans le cadre de la mécanique statistique, il joue plus naturellement le rôle de translation spatiale. Dans certains contextes, on définit une dynamique sur $\mathcal{A}^{\mathbb{Z}}$ qui commute avec le décalage et on s'intéresse aux mesures qui sont invariantes à la fois pour cette dynamique et pour le décalage (on parle alors d'invariance par translation).

Automates cellulaires. Un *automate cellulaire* est une application continue de $\mathcal{A}^{\mathbb{Z}}$ qui commute avec le décalage. Pour ces applications, la notion d'exposant de Lyapunov mesure la vitesse

de propagation spatiale de l'information. Nous avons construit dans [12] avec Pierre Tisseur (alors doctorant IML), un automate cellulaire sensible aux conditions initiales (c'est-à-dire que l'information est transmise) mais dans lequel les exposants de Lyapunov sont nuls.

Mesures maximisantes. Les résultats de [13] obtenus avec Anthony Quas par des techniques radicalement différentes donnent une estimation *optimale* de la vitesse à laquelle les *mesures maximisant un potentiel* suffisamment régulier (on peut penser à des mesures de Gibbs à très basse température) sont approchées par des mesures périodiques. Cette problématique issue de la mécanique statistique est, ici, ramenée à des questions et constructions de dynamique symbolique.

Systèmes de particules. Dans [15], avec Nicolas Fournier, nous construisons et étudions la mesure invariante d'un *système de particules*. Ce système est une simplification de modèles d'avalanches ou de feux de forêts inspiré par les systèmes critiques auto-organisés, qui ont été beaucoup étudiés, surtout d'un point de vue heuristique et numérique. Il existe pour ces systèmes des modèles utilisant des automates cellulaires, mais, ici, la dynamique est probabiliste et les techniques très différentes : nous proposons une construction graphique basée sur un couplage qui permet une description précise de la mesure invariante du processus (et en particulier de sa vitesse de mélange) et le relient à un modèle de coagulation/fragmentation en "champ moyen". Il me semble que notre approche ouvre de belles perspectives pour mieux comprendre les situations qui paraissent les plus intéressantes d'après les analyses heuristiques.

Renormalisation.

Si un système dynamique (X, T) et son application induite (X_1, T_{X_1}) sur un ensemble X_1 appartiennent, quitte à renormaliser, à une même famille paramétrée de systèmes, on peut espérer itérer la procédure d'induction et obtenir une dynamique — *dynamique de renormalisation* — dans l'espace des paramètres qui décrit l'application ou la famille d'applications. Cette idée est illustrée par les rotations irrationnelles : l'induction d'une rotation irrationnelle d'angle α sur un intervalle bien choisi est comprise à l'aide du développement en fractions continues du réel α ; l'application de Gauss joue le rôle de dynamique de renormalisation. Cette approche s'est révélée fructueuse dans bien d'autres contextes : famille quadratique, dynamique complexe, quasi-cristaux, surfaces plates et induction de Rauzy, systèmes minimaux, espaces de pavages, par exemples. Distinguons dans ce cadre deux problématiques complémentaires :

- utiliser les propriétés statistiques de la dynamique de renormalisation pour en déduire des propriétés typiques pour la famille d'applications, et
- étudier en détail des exemples *auto-similaires*, c'est-à-dire des points fixes de la dynamique de renormalisation.

Substitutions. Dans le cadre symbolique, le décalage sur les points fixes de substitution est un exemple classique de système autosimilaire. Un morphisme de groupe libre est caractérisé par les images des générateurs. C'est une *substitution* si l'image de chaque lettre est un mot positif (c'est alors un morphisme de monoïde). C'est un automorphisme s'il est bijectif. Considérons, pour $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$, l'exemple :

$$\sigma : \begin{cases} a & \rightarrow ab \\ b & \rightarrow ac \\ c & \rightarrow a. \end{cases}$$

C'est à la fois une substitution et un automorphisme du groupe libre à trois générateurs. Son extension à $\mathcal{A}^{\mathbb{N}}$ admet un unique point fixe, $u = abacabaabacababacabaabac \dots$. L'adhérence X_σ de l'orbite $\{\tilde{T}^n(u), n \geq 0\}$ de ce mot par le décalage est un sous-shift. Le décalage sur ce sous-ensemble est un système dynamique (X_σ, \tilde{T}) minimal et uniquement ergodique. Pour ce type de systèmes, se pose la question l'existence d'un modèle géométrique. Dans le cas classique de cet exemple, comme pour une famille plus générale de substitutions, la notion de *fractal de Rauzy* permet de voir cette dynamique comme un échange de morceaux du plan. Le principe de cette construction est d'utiliser l'autosimilarité pour décrire les valeurs d'adhérences des sommes ergodiques correspondant à certaines fonctions de \mathbb{R}^2 bien choisies ; c'est un compact sur lequel le décalage agit comme un échange de morceaux.

Échanges d'intervalles. Les *échanges d'intervalles* sont des applications bijectives de l'intervalle, isométriques sur un nombre fini de morceaux et qui préservent l'orientation. Leur étude est reliée à l'étude des métriques plates sur des surfaces (surfaces de translation). Très sommairement, disons qu'à un flot linéaire sur une surface de translation on associe un échange d'intervalle en induisant sur une section. Réciproquement, une procédure due à Veech (*zippered rectangles*) permet de construire pour chaque échange d'intervalles une surface de translation dont le flot vertical soit une suspension. L'action du groupe $SL(2, \mathbb{R})$ sur les surfaces de translation permet de comprendre les dynamiques de renormalisation, mais on peut aussi comprendre cette construction géométrique en induisant directement sur l'échange d'intervalle (induction de Rauzy). C'est dans ce type de cadre que nous avons travaillé avec Arnaldo Nogueira dans [21]. On peut remarquer que le cas du tore correspond aux rotations rationnelles, vues comme échanges de deux intervalles. Les échanges d'intervalles autosimilaires correspondent à des feuilletages invariants (stables ou instables) par un *pseudo-Anosov*. Dans les années 80, Arnoux et Yoccoz ont construit un exemple autosimilaire relié à la substitution σ définie ci-dessus. Nous donnons dans [18] une description symbolique de cet échange d'intervalles et parvenons à étudier complètement les sommes ergodiques associées. Ce résultat permet d'éclairer les liens existants entre des travaux d'Arnoux sur ce thème, une autre courbe de Peano construite par Mc Mullen et un travail plus récent de Lowenstein, Poggiaspalla et Vivaldi, qui étaient restés mystérieux.

Une généralisation naturelle des échanges d'intervalles est celle d'*échange d'intervalles affines*. Dans [17], nous avons travaillé avec Alejandro Maass et Pascal Hubert sur une classification de ces applications, dans un premier temps dans le cas autosimilaire. Techniquement, nous sommes amenés à résoudre un problème intéressant pour lui-même : l'identification des minima des sommes ergodiques pour certaines classes de substitutions. Nous montrons qu'ils sont atteints en des points ultimement périodiques (pour la dynamique de renormalisation) sous des hypothèses d'hyperbolicité. Nous avons abordé récemment le cas plus délicat où la matrice de la substitution a des valeurs propres de module 1.

Isométries par morceaux du plan. Les *isométries par morceaux du plan euclidien* sont d'autres généralisations naturelles des échanges d'intervalles. Le cas bijectif paraît spécialement intéressant. Les seuls exemples qui aient pu être étudiés en détail sont des exemples autosimilaires (Kitchens, Adler, Tresser), mais on n'en connaissait que quelques-uns. Il manque encore un bon cadre général pour mener à bien une étude systématique. Dans [12], nous proposons avec Guillaume Poggiaspalla (alors doctorant CPT) une première classification des isométries et des similitudes par morceaux d'un domaine polygonal du plan. Outre les perspectives qu'ouvre cette approche en termes d'induction, elle a permis de découvrir de nombreux exemples jusqu'alors inconnus.

J'ai travaillé plus récemment (document [19], en préparation) sur l'étude des *isométries par morceaux du plan hyperbolique*. Cette classe de systèmes, assez naturelle, n'avait pas encore été étudiée et semble bien refléter la richesse du groupe des isométries du plan hyperbolique. J'ai

analysé en particulier un exemple pour lequel tout point du plan hyperbolique est périodique alors que la dynamique induite au bord (une homographie par morceaux) est conjuguée à une rotation irrationnelle autosimilaire.

Systèmes minimaux sur des ensembles de Cantor. Si (X, T) est un système minimal sur un ensemble de Cantor, on peut construire une suite de renormalisation en fixant une suite de sous-ensembles ouverts/fermés de X imbriqués $(A_n)_{n \geq 0}$. On peut décrire à chaque “étage” l’induite sur A_{n+1} en termes de l’induite sur A_n à l’aide d’un nombre fini de données. On décrit ainsi complètement le système par une limite inductive de morphismes de monoïdes —on parle aussi de système de tours ou de construction par découpage/empilage. Parmi ces systèmes, les systèmes *linéairement récurrents*, sont ceux qu’on peut décrire en utilisant un nombre fini de morphismes distincts (penser aux quotients partiels bornés) ; les systèmes de *rang fini* ceux qu’on peut décrire avec un nombre fini de lettres à chaque étage (parmi lesquels les échanges d’intervalles).

Nous avons obtenu avec Fabien Durand et Alejandro Maass dans [9] une caractérisation complète du mélange faible (et même du spectre discret) des systèmes linéairement récurrents qui complète les travaux de Cortez, Durand, Host et Maass, et permet en particulier de distinguer les valeurs propres (au sens habituel, mesurables) des valeurs propres continues, i.e. associées à des fonctions propres continues. Plus récemment, nous avons construit avec Alejandro Maass et Fabien Durand un système de rang fini (non linéairement récurrent), qui montre que si notre critère reste valable pour les valeurs propres continues, il est mis en défaut dans cette classe pour les valeurs propres mesurables. Nous avons intégré ce travail à une étude plus systématique des systèmes de rang fini dans [16]. Si la description du système est combinatoire, les preuves sont d’inspiration géométrique : on contrôle le comportement de certaines sommes ergodiques en interprétant géométriquement la dynamique de renormalisation. Ce point de vue a été adapté à la description de certaines classes de *pavages* par Cortez, Gambaudo et Maass et devrait pouvoir être relié aux travaux d’Arnoux et Ito sur les pavages auto-similaires.

Dans le travail en cours [22], avec Renaud Leplaideur, nous utilisons le même formalisme pour construire explicitement des mesures invariantes *infinies* pour des systèmes minimaux dont l’existence avait été montrée abstraitement par Klaus Schmidt. Cela nous permet de les classifier et d’obtenir des théorèmes limites.

Automorphismes de groupes libres et substitutions. La première difficulté qui apparaît lorsqu’on passe des substitutions aux automorphismes de groupes libres est de contrôler les annulations qui peuvent se produire lorsqu’on les itère. Les résultats de Bestvina et Handel sur les réseaux ferroviaires efficaces (au sens de Thurston pour les surfaces) permettent de mieux comprendre l’itération d’automorphismes de groupes libres et en particulier leurs points fixes et les dynamiques qui y sont associées. Depuis quelques années, nous essayons de développer dans le cadre du projet “Dynamique-Groupe” de la FRUMAM (Fédération des Unités de Recherche en MATHématiques de Marseille) un dictionnaire entre la dynamique symbolique et la géométrie des groupes. En particulier, à un automorphisme de groupe libre, Levitt et Lustig associent un arbre réel qui constitue une représentation géométrique du système symbolique et que j’essaye (dans [20]) de comparer au fractal de Rauzy et autres objets naturels du point de vue des substitutions.

Nous avons obtenu dans [18], avec Pierre Arnoux et Julien Bernat (IML), une construction récursive d’une courbe de Peano plongée dans le fractal de Rauzy associé à la substitution σ qui “porte” l’échange d’intervalles d’Arnoux-Yoccoz (mentionné plus haut). Ce travail m’a permis de dégager des pistes pour généraliser ce type de construction à une classe plus importante de substitutions afin d’en obtenir des représentations géométriques. Ce nouveau point de vue met

en relation le fractal de Rauzy et l'arbre réel mentionné ci-dessus : la courbe de Peano apparaît comme “contour” d'une partie de l'arbre réel (document [20], en préparation).

Groupes de tresses. Une marche aléatoire sur un groupe finiment engendré est une suite aléatoire d'éléments du groupe obtenus par additions de sauts (éléments du groupe choisis indépendamment aléatoirement suivant une loi fixée, dite “loi des sauts”). Le bord du groupe est une description de l'ensemble des comportements asymptotiques possibles d'une telle marche. La notion —géométrique, cette fois— d'hyperbolicité joue dans ce cadre un rôle important. En effet, le cas des groupes hyperboliques (au sens de Gromov) est relativement bien compris. Les groupes de tresses ne sont pas (tout à fait) hyperboliques. De ce fait, la compréhension de leur bord est plus délicate. Un résultat de Kaimanovich et Masur en donne une description abstraite en termes de feuilletages mesurés projectifs du disque pointé. Il manquait une description combinatoire du bord de ces groupes. Dans [14], je propose une description combinatoire du groupe (forme normale) qui assure la description désirée du bord dans le cas le plus simple (groupe des tresses à 3 brins) et dont des travaux récents de Vershik et Maljutin prouvent qu'elle est valable pour toute cette famille de groupes. Cette description combinatoire a des conséquences algébriques (elle fournit une nouvelle preuve de l'existence de l'ordre de Dehornoy sur les groupes de tresses) et une présentation algorithmique remarquable. Elle a en outre une interprétation géométrique et dynamique qui me paraît intéressante pour elle-même : elle fournit une procédure d'induction pour les échanges d'intervalles correspondant à des feuilletages du disque pointé comparable à un algorithme de fractions continues multidimensionnelles.

9 Communications orales (depuis 1998)

Colloques internationaux

- *Décembre 08*: Colloque “Information and randomness”, Universidad de Chile, Santiago, Chili: *Avalanche Processes*.
- *Septembre 07* : Colloque “The Algebra and Geometry around Knots and Braids”, Saint-Petersbourg, Russie : *A normal form for braids*.
- *Novembre 06* : Colloque “Ergodic optimization”, Queen Mary University, Londres : *Rate of approximation of minimizing measures*.
- *Décembre 05*: Colloque “Geometric dynamics with singularities”, University of Exeter, GB : *Classification of polygonal piecewise isometries*.
- *Mai 05* : Ergodic Theory meeting, University of Surrey, Guilford, GB : *Coupling and speed of decay of correlations*.
- *Décembre 04*: Colloque “Information and randomness”, Universidad de Chile, Santiago, Chili: *Standard filtrations*.
- *Mai 04* : Colloque en l’honneur de Bernard Schmitt, Université de Bourgogne : *Marches aléatoires sur les groupes de tresses*.
- *Août 03* : Colloque “Dynamical Systems”, San Pedro de Attacama : *Random walks on braid groups*.
- *Mai 03*: Colloque “Probability, potential theory and Filtrations in honour of Claude Dellacherie 60th anniversary”, Universidad de Chile, Santiago, Chili: *Random walks on braid groups*.
- *Mars 01*: Colloque “Holomorphic dynamics and related topics”, Université d’Orléans : *Anosov diffeomorphisms and coupling*.
- *Janvier 01*: Colloque “Complex dynamics and ergodic theory”, Warwick : *Expanding maps with intermittent behaviour. Physical measures and scales of time*.
- *Janvier 00*: Rencontre “Systèmes inhomogènes”, Université de Cergy Pontoise : *Relaxation speed for a class of non Markovian processes*.
- *Juillet 99*: Summer Research Institute “Smooth ergodic theory and applications”, University of Washington, Seattle : *Coupling and rate of mixing for some non Hölder dynamics*.
- *Février 99*: Coupling days - ProDyn - ESF, Université de Bourgogne : *Coupling in dynamical systems*.
- *Août 98*: II Escola Brasileira de Probabilidade, Barra de Sahi, Brésil : *Coupling and rate of mixing for some non Hölder dynamics*.
- *Avril 98*: Colloque “Probabilistic methods in non-hyperbolic dynamics”, Warwick, Grande-Bretagne : *Coupling and rate of mixing for some non Hölder dynamics*.

Séminaires

- *Janvier 09* : Groupe de travail de Théorie Ergodique, Université Paris 11, Orsay: *Le pavage de Tribonacci est sofique*.
- *Janvier 09* : Séminaire de Géométrie et Dynamique, Université Bordeaux 2: *Le pavage de Tribonacci est sofique*.
- *Janvier 09* : Groupe de travail “Espace de Teichmuller”, Université Aix-Marseille 1 : *Le pavage de Tribonacci est sofique*.
- *Février 09* : Séminaire de Géométrie et Groupes, Institut de Mathématiques de Toulouse : *Une forme normale pour les tresses*.
- *Janvier 09* : Séminaire de Théorie Ergodique et Systèmes Dynamiques, LAGA, Université Paris 13: *Échanges d’intervalles affines*.
- *Février 09* : Séminaire Géométrie Dynamique, Université Lille 1 : *Intervalles errants pour des échanges d’intervalles affines : le cas auto-similaire*.
- *Janvier 09* : Groupe de travail “Espace de Teichmuller”, Université Aix-Marseille 1 : *Échanges d’intervalles affines*.
- *Novembre 08* : Séminaire de Probabilités, Institut de Mathématiques de Toulouse : *Avalanches et Feux de Forêts*.
- *Juin 08* : Groupe de travail “Systèmes à Événements Discrets”, LIAFA, Paris 7 : *Fractal de Rauzy et Courbes de Peano*.
- *Janvier 08* : Séminaire de Probabilités, Institut Fourier, Grenoble : *Systèmes de particules : un modèle simplifié de feux de forêts*.
- *Janvier 08* : Séminaire de Physique Mathématique, Institut Fourier, Grenoble : *Isométries par morceaux et auto-similarité*.

- *Janvier 08* : Séminaire de Probabilités, Université Lille 1 : *Chaînes d'ordre infini*.
- *Janvier 08* : Colloquium IRMAR, Université Strasbourg 1 : *Marches aléatoires et groupes de tresses*.
- *Octobre 07* : Séminaire de Mathématiques, Université d'Hyderabad, Inde : *Eigenvalues of linearly recurrent minimal Cantor dynamical systems*.
- *Octobre 07* : Séminaire de Mathématiques, IMC, Chennai, Inde : *A normal form for braids*.
- *Septembre 07* : Groupe de travail "Espace de Teichmüller", Université Aix-Marseille I : *Arbre réel, Courbe de Peano et Fractal de Rauzy* (2 exposés).
- *Mars 07* : Atelier Mathématiques, Agora des Sciences, Marseille : *Noeuds et Tresses*.
- *Février 07* : Rencontre "Propagation d'information dans les automates cellulaires", ENS Lyon : *On a zero speed sensitive cellular automaton*.
- *Janvier 07* : Groupe de travail "Espace de Teichmüller", Université Aix-Marseille I : *Arbre réel, Courbe de Peano et Fractal de Rauzy*.
- *Janvier 07* : Séminaire de Probabilités, LATP, Marseille : *Caractère standard des chaînes d'ordre infini*.
- *Novembre 06* : Séminaire Ernest, IML, Marseille : *Arbre réel, Courbe de Peano et Fractal de Rauzy*.
- *Novembre 06* : Université de Brest, ANR TEMI : *Mesures physiques et échelles de temps*.
- *Novembre 06* : Séminaire Ernest, IML, Marseille : *Courbe de Peano et Fractal de Rauzy*.
- *Octobre 06* : Animation sur le thème *Noeuds et tresses* dans le cadre de la fête de la Science, Cité des Sciences et de l'industrie, Paris.
- *Mars 06* : Séminaire de théorie ergodique, Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires, Paris 6 et 7 : *Spectre des systèmes linéairement récurrents sur des Cantors*.
- *Mars 06* : Groupe de travail "Systèmes à Événements Discrets", LIAFA, Paris 7 : *Une forme normale sur les groupes de tresses*.
- *Mars 06* : Atelier "Generalized substitutions, tilings and numeration", CIRM, Marseille : *Peano curves, Rauzy fractals and Levitt trees*.
- *Février 06* : Séminaire d'Algèbre, Dynamique et Topologie, LATP, Marseille : *Une forme normale sur les groupes de tresses*.
- *Janvier 06* : Séminaire de Théorie Ergodique et Systèmes Dynamiques, Université Paris 13 : *Spectre des systèmes linéairement récurrents*.
- *Novembre 05* : Séminaire "Structures Discrètes" du Laboratoire de Mathématiques Nicolas Oresme (Université de Caen) : *Une forme normale sur les tresses*.
- *Octobre 05* : Université de Sfax, Tunisie : Cours de doctorat *Combinatoire des mots*
- *Janvier 05* : IRMA, Strasbourg, Séminaire "Calcul stochastique" : *Filtrations standard : une construction explicite pour des processus stationnaires à valeurs discrètes*.
- *Décembre 04* : Groupe de travail, Universidad de Chile, Santiago, Chili: *Random walks on groups*.
- *Juin 04* : Séminaire du LMAM, Université de Bretagne-sud, Vannes : *Marches aléatoires sur les groupes de tresses*.
- *Juin 04* : Séminaire de Théorie Ergodique, Université Rennes I : *Marches aléatoires sur les groupes de tresses*.
- *Mars 04* : Séminaire de Théorie Ergodique, Université de Tours : *Marches aléatoires sur les groupes de tresses*.
- *Avril 03* : Séminaire de probabilités, São Paulo : *Random walks on braid groups*.
- *Décembre 02* : Séminaire du groupe Probabilités - Systèmes dynamiques, CMM, Santiago : *Random walks on braid groups*.
- *Mars 02* : Séminaire de Théorie Ergodique, Université de Bourgogne (Dijon) : *Marches aléatoires sur les groupes de tresses*.
- *Octobre 01* : Séminaire *Ernest*, IML, Université Aix-Marseille II : *Marches aléatoires sur les groupes de tresses*.
- *Août 01* : Séminaire de Théorie Ergodique, Institut Stekhlov, Saint-Petersbourg *Random walks on braid groups*.
- *Décembre 00* : Séminaire de Théorie Ergodique, Université Rennes I : *Difféomorphismes d'Anosov et couplage*.
- *Octobre 00* : Séminaire d'arithmétique, Université Bordeaux I : *Un automate cellulaire sensible aux conditions initiales à vitesse de propagation nulle*.
- *Décembre 99* : Séminaire de Probabilités, Université Erlangen (Allemagne): *Physical measures and scales of time*.
- *Novembre 99* : Séminaire de Théorie Ergodique, Université de Bourgogne (Dijon) : *Echelles de temps et mesures invariantes infinies*.
- *Octobre 99* : Séminaire de Probabilités et Statistiques, Université Aix-Marseille I : *Vitesse de relaxation pour certains processus non Markoviens*.

- *Avril 99*: Séminaire de Théorie Ergodique, Université Paris-Sud : *Couplages et vitesse de mélange pour les systèmes dynamiques.*
- *Février 99*: IML, Université Aix-Marseille II : *Couplages et vitesse de mélange pour les systèmes dynamiques.*
- *Janvier 99*: CPT, Université Aix-Marseille II : *Couplages et décroissance des corrélations.*
- *Décembre 98*: Séminaire DSA, Université Aix-Marseille I : *Couplage et vitesse de mélange pour certains systèmes dynamiques.*
- *Décembre 98*: Université de Rome - Tor Vergata : *Coupling and rate of mixing for some non Hölder dynamics.*
- *Novembre 98*: Journée Grandes et Moyennes déviations, Université de Picardie : *Perturbations de l'opérateur de transfert et estimées de grandes déviations pour des sous décalages avec un alphabet infini.*
- *Novembre 98*: Université de Genève : *Coupling and rate of mixing for some non Hölder dynamics.*
- *Septembre 98*: Université Fédérale de Rio de Janeiro : *Coupling and rate of mixing for some non Hölder dynamics.*
- *Mai 98*: Université Aix-Marseille II: *Couplage et vitesse de mélange pour certaines dynamiques non Hölderiennes.*
- *Mai 98*: Université Aix-Marseille I: *Propriétés de mélange de certains algorithmes de fractions continues multidimensionnels.*
- *Mai 98*: Université de Lille I: *Vitesse de relaxation pour des chaînes à liaisons complètes.*
- *Mars 98*: IME-USP (São Paulo): *Relaxation speed for chains with complete connections.*

10 Missions (depuis 1998)

- *Mars 08* : LAMA, Université Paris XII, collaboration avec Nicolas Fournier, 3 jours.
- *Janvier 08* : LIAFA, Paris VII, collaboration avec Jean Mairesse, 1 semaine.
- *Novembre 07* : Université Royale de Phnom Penh, Cambodge, cours d'algèbre linéaire dans le cadre d'un master de mathématiques organisé par le CIMPA, 2 semaines.
- *Octobre 07* : Indian Institute of Sciences, Bangalore, Inde, cours de dynamique symbolique dans le cadre d'une école thématique sur la dynamique non linéaire, 1 semaine.
- *Novembre 06* : Université de Brest, ANR Théorie Ergodique en Mesure Infinie.
- *Octobre 05* : Université de Sfax, Tunisie, collaboration avec Mohammed Mkaouar et cours de doctorat, 1 semaine.
- *Décembre 04* : CMM, Santiago, collaboration avec Alejandro Maas, Servet Martinez et Jaime San Martine, 3 semaines.
- *Février 04* : Laboratoire de topologie, Dijon, collaboration avec Véronique Maume-Deschamps, 3 jours.
- *Avril 03* : IME, USP, São Paulo, collaboration avec Pablo Ferrari et Antonio Galves, 1 semaine.
- *Août 01*: Institut Stekhlov, Saint-Petersbourg, coopération avec Anatoly Vershik, deux semaines.
- *Avril 00*: Université de Rome - Tor Vergata, collaboration avec Carlangelo Liverani, une semaine.
- *Décembre 99*: Université Erlangen (Allemagne), collaboration avec Gerhard Keller et Roland Zweimüller, une semaine.
- *Février 99*: Université de Bourgogne (Dijon), collaboration avec Bernard Schmitt, une semaine.

11 Participations à des colloques (depuis 1998)

- *Juin 09*: Rencontre “Systèmes Dynamiques”, IGESA, Porquerolles.
- *Décembre 08* : Colloque “Information and Randomness”, Santiago, Chili.
- *Juin 08*: Rencontre “Systèmes Dynamiques”, IGESA, Porquerolles.
- *Juin 08* : Colloque “Dynamique dans l’espace de Teichmüller”, Roscoff*.
- *Septembre 07* : Colloque “The Algebra and Geometry around Knots and Braids”, Saint-Petersbourg, Russie.
- *Juin 07*: Rencontre “Systèmes Dynamiques”, IGESA, Porquerolles.
- *Mai 07*: Rencontre “Théorie Ergodique en Mesure Infinie”, CIRM, Marseille*.
- *Février 07*: Rencontre “Propagation d’information dans les automates cellulaires”, ENS Lyon.
- *Février 07*: Session résidentielle “Groupes” au CIRM, Marseille.
- *Novembre 06*: Rencontre “Ergodic optimization Workshop”, Queen Mary University, Londres.
- *Juin 06*: Rencontre “Systèmes Dynamiques”, IGESA, Porquerolles.
- *Mai 06* : Colloque “Dynamique et Aléa”, Merlimont-plage, France*.
- *Avril 06*: Rencontre “Jeunes probabilistes et statisticiens”, Aussois*.
- *Mars 06* : Atelier “Generalized substitutions, tilings and numeration”, CIRM, Marseille.
- *Février 06* : Atelier “Décroissance des corrélations pour le flot de Teichmüller”, CIRM, Marseille*.
- *Janvier 06* : Atelier “Conjecture de Cannon”, Université Aix-Marseille 1, Marseille*.
- *Décembre 05* : Workshop “Geometric dynamics with singularities”, University of Exeter, GB
- *Juin 05*: Rencontre “Systèmes Dynamiques”, IGESA, Porquerolles.
- *Mai 05* : Colloque “ Propriétés stochastiques des systèmes dynamiques et milieux aléatoires”, Roscoff*.
- *Mai 05* : Rencontre “One day ergodic meeting”, University of Surrey, Guilford, GB.
- *Décembre 04* : Colloque “Dynamics and randomness”, CMM, Santiago.
- *Juin 04*: Rencontre “Systèmes Dynamiques”, IGESA, Porquerolles.
- *Mai 04*: Ecole “Théorie ergodique” et colloque “Multidimensional non uniformly hyperbolic dynamical systems”, CIRM, Luminy*.
- *Mai 04* : Colloque en l’honneur de Bernard Schmitt, Dijon.
- *Avril 04*: Rencontre “Jeunes probabilistes et statisticiens”, Aussois*.
- *Août 03* : Colloque “Dynamical Systems”, San Pedro de Attacama, Chili :
- *Juillet 03* : Escola Brasileira de Probabilidade VII, Angra dos reis, Brésil*.
- *Mai 03*: Colloque “Probability, potential theory and Filtrations in honour of Claude Dellacherie 60th anniversary”, Universidad de Chile, Santiago, Chili.
- *Décembre 02* : Colloque “Dynamics and randomness”, CMM, Santiago*.
- *Juin 02*: Rencontre “Systèmes Dynamiques”, IGESA, Porquerolles.
- *Mai 02* : Rencontre “Jeunes probabilistes et statisticiens”, Aussois*.
- *Juillet 01*: Colloque “Concepts and techniques in smooth Ergodic Theory”, Imperial College London, Londres*.
- *Juin 01*: Rencontre “Systèmes Dynamiques”, IGESA, Porquerolles.
- *Mars 01*: Colloque “Holomorphic dynamics and related topics”, Université d’Orléans.
- *Février 01*: Session résidentielle “2001, l’Odyssée Dynamique”, CIRM, Marseille.
- *Janvier 01*: Workshop “Complex dynamics and ergodic theory”, Warwick.
- *Septembre 00*: Colloque en l’honneur de Michel Mendès France, Université Bordeaux I*.
- *Juin 00*: Rencontre “Systèmes Dynamiques”, IGESA, Porquerolles.
- *Mars 00*: Rencontre “Temps de Retour, Entropie et Complexité”, CIRM, Marseille*.
- *Février 00*: Workshop “Statistical Physics, Pattern identification and Langage Change, University of Lisbon*.
- *Janvier 00*: Journées “Systèmes Aléatoires Inhomogènes”, Université de Cergy Pontoise.
- *Juillet 99*: Summer Research Institute “Smooth ergodic theory and applications”, University of Washington (Seattle)
- *Juillet 99*: International Conference on Dynamical Systems, Abbaye de La Bussière*.
- *Juin 99*: Session Etats de la Recherche “Rigidité, groupe fondamental et Dynamique, IRMA Strasbourg*.
- *Février 99*: Coupling days, Programme ProDyn, ESF, Université de Bourgogne (Dijon).
- *Novembre 98*: Journée “Grandes et Moyennes Déviations”, Université de Picardie (Amiens).
- *Juillet 98*: Colloque “Systèmes dynamiques: du cristal au chaos”, CIRM - Luminy (Marseille)*.
- *Avril 98*: Workshop “Probabilistic methods in non-hyperbolic dynamics”, Warwick (Grande-Bretagne).

La mention * signale une participation sans exposé.